

EA721 - Princípios de Controle e Servomecanismo

Parte 4.3: Métodos Ziegler Nichols e SIMC para projeto de PID

Professora: Cecília de Freitas Morais

e-mails: cfmorais@unicamp.br

página: <https://cfmorais.fee.unicamp.br/>

Ajuste por Ziegler-Nichols no domínio da frequência

- Na prática industrial é muitas vezes necessário ajustar os parâmetros de um controlador em campo sem prévios modelos matemáticos e cálculos.
- Para tal fim, John G. Ziegler e Nathaniel B. Nichols desenvolveram técnicas que, além de eficazes em muitos casos de processos químicos, térmicos, etc., têm a vantagem de abranger peculiaridades e parâmetros parasitas que os modelos matemáticos raramente incorporam.
- Seu inconveniente é exigir que o sistema real seja levado por algum tempo ao limiar da estabilidade, com o apreciável custo da perda de produção.
- A seguir são apresentados os passos de ajuste de métodos propostos por Ziegler e Nichols.

Primeiro método de Ziegler-Nichols no domínio da frequência

Este experimento deve ser realizado com o sistema em malha fechada. Os passos para ajuste dos ganhos do controlador PID cuja função de transferência é:

$$PID(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

são os seguintes:

- passo 1: ajuste T_D e $1/T_I$ do controlador P+I+D em zero;
- passo 2: aumente lentamente o ganho K_c até que a saída do sistema oscile periodicamente. Se isso não ocorrer, o método não se aplica;
- passo 3: seja K_u o ganho final do passo anterior, determine P_u : o período da oscilação (Figura 7.1);
- passo 4: ajuste os parâmetros do controlador de acordo com a tabela do slide seguinte.

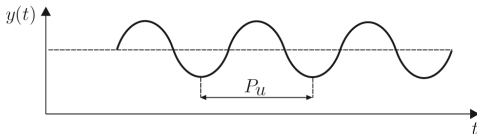


Figura 7.1 Oscilação periódica da saída $y(t)$ de um sistema.

Tabela: Regras de ajuste para o primeiro método de Ziegler-Nichols

Tipo de controlador	K_c	$1/T_I$	T_D
P	$0,5K_u$	0	0
PD	$0,6K_u$	0	$P_u/8$
PI	$0,45K_u$	$1,2/P_u$	0
PID	$0,6K_u$	$2/P_u$	$P_u/8$

Este experimento também deve ser realizado com o sistema em malha fechada. Os passos para ajuste dos ganhos do controlador são os seguintes:

- passo 1: ajuste T_D e $1/T_I$ do controlador P+I+D em zero;
- passo 2: aumente lentamente o ganho K_c até que a saída do sistema oscile periodicamente. Se isso não ocorrer, o método não se aplica;
- passo 3: reduza o ganho K_c à metade;
- passo 4: diminua T_I até que a saída do sistema oscile periodicamente;
- passo 5: duplique o valor de T_I ;
- passo 6: ajuste $T_D = T_I$.

Exemplo 7.1

Considere o sistema de controle da Figura 7.2, para o qual é aplicado o segundo método de Ziegler-Nichols para ajuste dos parâmetros do controlador PID.

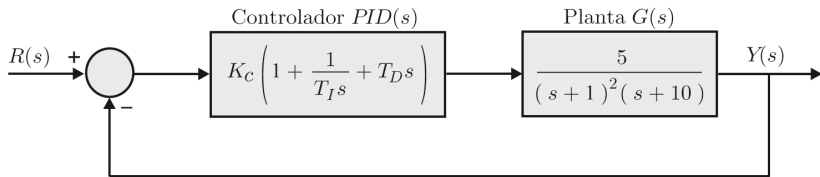


Figura 7.2 Sistema em malha fechada com controlador PID.

No passo 1 faz-se $T_D = 0$ e $T_I = 10000$, de forma que $1/T_I$ seja próximo de zero.

No passo 2 aumenta-se K_c até 48,5, quando a margem de fase é igual a zero e a saída do sistema em malha fechada começa a oscilar.

No passo 3 o valor de K_c é então reduzido à metade, ou seja, para $K_c = 24,25$.

Exemplo 7.1

Na Figura 7.3 são mostrados os gráficos de Bode correspondentes aos passos 2 e 3.

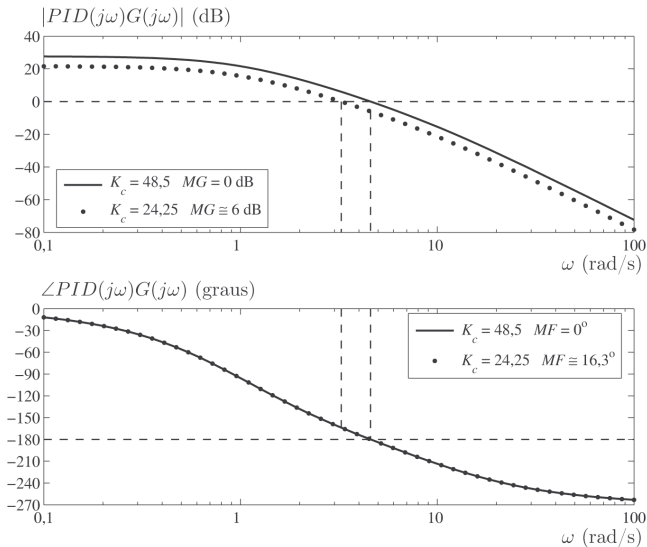


Figura 7.3 Diagramas de Bode para $T_D = 0$ e $T_I = 10000$, com $K_c = 48,5$ e $K_c = 24,25$.

Exemplo 7.1

Na Figura 7.4 é mostrada a resposta do sistema em malha fechada para um degrau unitário na referência, com os parâmetros do controlador ajustados em $K_c = 24,25$, $T_D = 0$ e $T_I = 10000$. Como o sistema está perto da instabilidade a resposta transitória é subamortecida, com sobressinal elevado ($M_p \cong 65\%$). É interessante observar que nesta fase do ajuste o PID atua como um controlador proporcional. Esse fato justifica o erro estacionário $e(\infty) = 1 - y(\infty) \cong 1 - 0,92 \cong 0,08$.

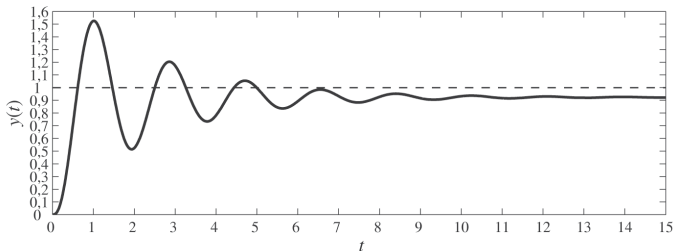


Figura 7.4 Resposta ao degrau unitário para $K_c = 24,25$, $T_D = 0$ e $T_I = 10000$.

No passo 4 diminui-se o valor de T_I até $T_I = 1,1$, quando a margem de fase fica novamente igual a zero e o sistema volta a oscilar. No passo 5 este valor é então duplicado, ou seja, para $T_I = 2,2$.

Exemplo 7.1

Na Figura 7.5 são mostrados os gráficos de Bode correspondentes aos passos 4 e 5.

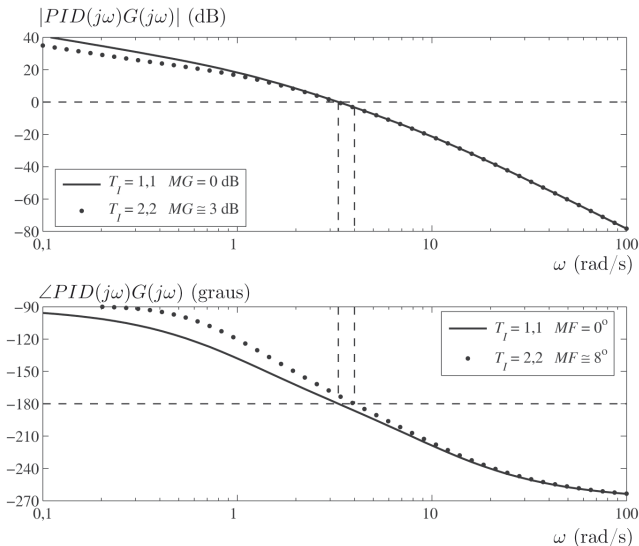


Figura 7.5 Diagramas de Bode para $K_c = 24,25$ e $T_D = 0$, com $T_I = 1,1$ e $T_I = 2,2$.

Exemplo 7.1

Na Figura 7.6 é apresentada a resposta do sistema em malha fechada para um degrau unitário na referência e os parâmetros ajustados em $K_c = 24,25$, $T_D = 0$, $T_I = 2,2$. O efeito do integrador fica evidente com o erro estacionário nulo. Porém, o sobressinal é elevado ($M_p \cong 75\%$) devido aos baixos valores das margens de estabilidade ($MG \cong 3\text{dB}$ e $MF \cong 8^\circ$).

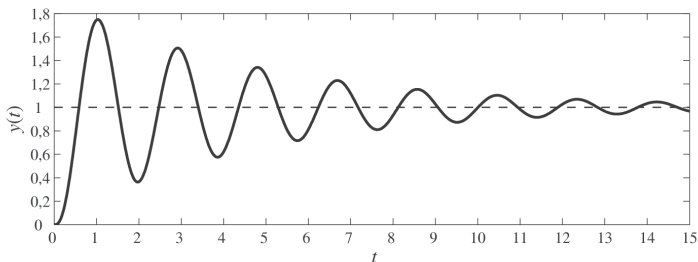


Figura 7.6 Resposta ao degrau unitário para $K_c = 24,25$, $T_D = 0$ e $T_I = 2,2$.

Exemplo 7.1

No passo 6 faz-se $T_D = T_I = 2,2$. Os gráficos de Bode correspondentes são apresentados na Figura 7.7. Note que as margens de estabilidade são agora satisfatórias (MG infinita e $MF \cong 40^\circ$).

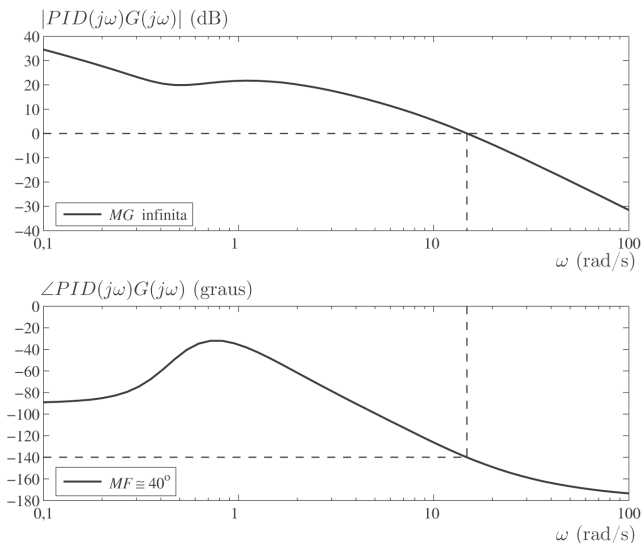


Figura 7.7 Diagramas de Bode para $K_c = 24,25$ e $T_D = T_I = 2,2$.

Exemplo 7.1

Na Figura 7.8 é apresentada a resposta do sistema em malha fechada para um degrau unitário na referência e os parâmetros ajustados em $K_c = 24,25$ e $T_D = T_I = 2,2$. É evidente o amplo efeito da equalização do compensador final, gerando boa estabilidade pelas margens e bons transientes pela banda de passagem (sobressinal $M_p \cong 24\%$).

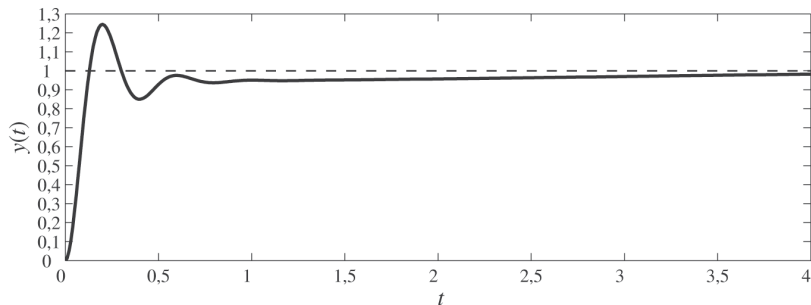


Figura 7.8 Resposta ao degrau unitário para $K_c = 24,25$ e $T_D = T_I = 2,2$.

Ajuste por Ziegler-Nichols no domínio do tempo

Em muitas aplicações industriais, a resposta ao degrau em malha aberta de um processo estável apresenta o aspecto de uma curva em forma de um “S” semelhante à da Figura 7.9, que é chamada curva de reação.

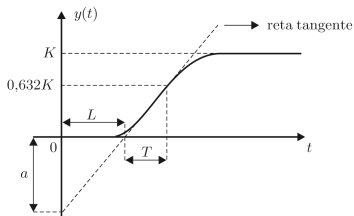


Figura 7.9 Resposta ao degrau em malha aberta de um sistema estável.

Se a saída $y(t)$ do processo apresentar um gráfico semelhante ao da Figura 7.9, então o modelo do processo pode ser aproximado por um sistema de primeira ordem com função de transferência

$$G(s) = \frac{Ke^{-sL}}{sT + 1}, \quad (1)$$

sendo que K é o ganho, T é a constante de tempo e L é o atraso de transporte (atraso de tempo a partir do qual o sistema começa a responder).

Traçando-se uma reta tangente ao ponto de inflexão da curva de reação, obtém-se no instante inicial o parâmetro a .

Ajuste por Ziegler-Nichols no domínio do tempo

A partir das medidas de a e L , Ziegler e Nichols propuseram ajustar os parâmetros do controlador PID de acordo com a tabela abaixo.

Tabela: Regras de ajuste de Ziegler-Nichols para o método da curva de reação

Tipo de controlador	K_c	$1/T_I$	T_D
P	$1/a$	0	0
PI	$0,9/a$	$0,3/L$	0
PID	$1,2/a$	$0,5/L$	$0,5L$

Ajuste SIMC - Skogestad Internal Model Control

Em controle de processos industriais de escala média ou grande é comum o modelo da planta constituir-se aproximadamente de um atraso puro e de uma função de transferência de primeira ou de segunda ordem usualmente superamortecida.

No Capítulo de Análise e Compensação no Domínio da Frequência no livro texto é dito que a função de transferência de um atraso puro é $e^{-\alpha s}$. Isso significa que a defasagem é igual a $-\alpha\omega$, mas no gráfico de fase de Bode, que é semilogarítmico, a defasagem diminui muito rapidamente acima da frequência ω . O efeito é sempre instabilizante na malha de controle. Além disso não existe sistema físico que compense um atraso puro, pois a função de transferência inversa não é fisicamente realizável.

Skogestad¹ deduziu várias regras muito simples e eficazes para o ajuste do controlador PID, a partir da ideia do controlador com modelo interno (*Internal Model Control - IMC*). A seguir são apresentadas essas duas regras.

¹ Sigurd Skogestad recebeu seu PhD do California Institute of Technology (Caltech) em 1987 e, desde então, é Professor Titular de Engenharia Química na NTNU (Universidade norueguesa) com foco em controle de processos.

Regra SIMC 1

Seja a planta de primeira ordem

$$G(s) = \frac{Ke^{-\alpha s}}{\tau s + 1}, \quad (2)$$

e se deseje a seguinte função de transferência de malha fechada

$$G_{mf}(s) = \frac{e^{-\alpha s}}{\tau_c s + 1}, \quad (3)$$

aceitando o fato de que o atraso puro não pode ser eliminado.

Para degraus na entrada de referência e perturbação da planta use o controlador PI

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right), \quad (4)$$

com

$$K_c = \frac{\tau}{K(\tau_c + \alpha)} \quad (5)$$

e

$$T_I = \min \{ \tau, 4(\tau_c + \alpha) \} \quad (6)$$

O autor da regra recomenda escolher $\tau_c = \alpha$. O exemplo seguinte mostra o efeito de escolher $\tau_c = \alpha$ e $\tau_c = 2\alpha$ sobre a resposta ao degrau.

Exemplo 7.2

Calcule um controlador PI, usando a regra SIMC 1, para o sistema da Figura 7.12.

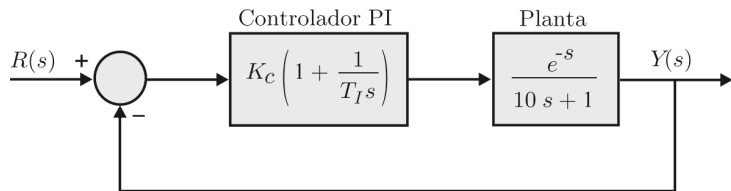


Figura 7.12 Sistema em malha fechada.

A função de transferência da planta é

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{10s + 1}. \quad (7)$$

Exemplo 7.2

Comparando as Equações (2) e (7) obtêm-se $K = 1$, $\tau = 10$ e $\alpha = 1$.

- Supondo $\tau_c = \alpha$, as constantes do controlador PI são

$$K_c = \frac{\tau}{K(\tau_c + \alpha)} = \frac{10}{1(1 + 1)} = 5 \quad (8)$$

e

$$T_I = \min \{ \tau, 4(\tau_c + \alpha) \} = \min \{ 10, 4(1 + 1) \} = \min \{ 10, 8 \} = 8. \quad (9)$$

Portanto, controlador PI é

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) = 5 \left(1 + \frac{1}{8s} \right). \quad (10)$$

- Supondo $\tau_c = 2\alpha$, as constantes do controlador PI são

$$K_c = \frac{\tau}{K(\tau_c + \alpha)} = \frac{10}{1(2 + 1)} = \frac{10}{3} \quad (11)$$

e

$$T_I = \min \{ \tau, 4(\tau_c + \alpha) \} = \min \{ 10, 4(2 + 1) \} = \min \{ 10, 12 \} = 10. \quad (12)$$

Portanto, o controlador PI é

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) = \frac{10}{3} \left(1 + \frac{1}{10s} \right). \quad (13)$$

Exemplo 7.2

Na Figura 7.13 são apresentadas as respostas ao degrau unitário na referência com o controlador PI para $\tau_c = \alpha$ e para $\tau_c = 2\alpha$, e a resposta ao degrau unitário do sistema em malha aberta sem controlador. Comparando as respostas verifica-se que a resposta transitória sem controlador é bem mais lenta que as respostas com controlador. A resposta com o controlador PI para $\tau_c = \alpha$ tem um pequeno sobressinal, porém é mais rápida que a resposta com o controlador PI para $\tau_c = 2\alpha$.

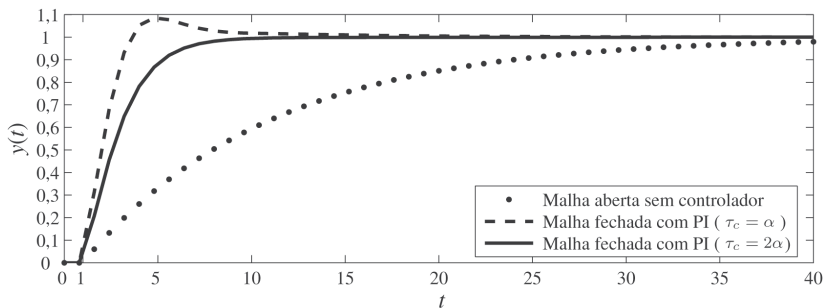


Figura 7.13 Resposta ao degrau unitário.

Regra SIMC 2

Seja a planta de segunda ordem com polos reais

$$G(s) = \frac{Ke^{-\alpha s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}, \quad \tau_2 > \tau_1 > \alpha. \quad (14)$$

O controlador recomendado pela regra SIMC 2 é um PID modificado

$$G_c(s) = K_c \left(\frac{T_I s + 1}{T_I s} \right) (T_D s + 1) = K_c \left(\frac{T_I T_D s^2 + (T_I + T_D) s + 1}{T_I s} \right), \quad (15)$$

com

$$K_c = \frac{\tau_1}{K(\tau_c + \alpha)}, \quad (16)$$

$$T_I = \min \{ \tau_1, 4(\tau_c + \alpha) \} \quad \text{e} \quad (17)$$

$$T_D = \tau_2. \quad (18)$$

O autor da regra recomenda escolher $\tau_c = \alpha$ para respostas rápidas e $\tau_c > \alpha$ para maior robustez.

Exemplo para treinar

Projete um controlador PID para o sistema da Figura 7.43 usando os dois métodos de Ziegler-Nichols no domínio da frequência.

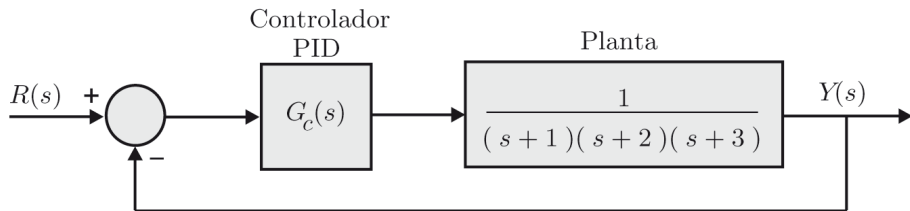


Figura 7.43 Diagrama de blocos de um sistema em malha fechada.

Lembre-se que os passos 1 e 2 são comuns aos dois métodos.

Exemplo para treinar (Resposta)

Passo 1: Fazer $T_D = 0$ e $T_I \rightarrow \infty$.

Passo 2: aumentar o ganho K_c até que a saída do sistema oscile periodicamente. O ganho final vale K_u . Para isso, o lugar das raízes deve cruzar o eixo imaginário quando K_c varia de 0 a infinito, caso contrário o método não se aplica. Na Figura 7.44 é apresentado o lugar das raízes para $G_c(s) = K_c$. Para $K_c = K_u$ o sistema oscila periodicamente, pois os polos de malha fechada estão sobre o eixo imaginário.

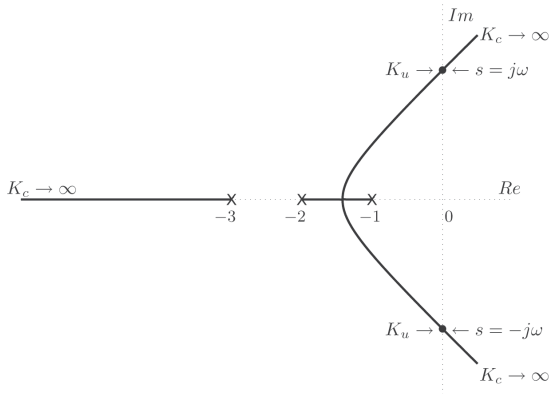


Figura 7.44 Lugar das raízes quando $G_c(s) = K_c$.

Exemplo para treinar (Resposta)

Supondo $G_c(s) = K_u$, a função de transferência de malha fechada é dada por

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_u}{(s+1)(s+2)(s+3) + K_u} = \frac{K_u}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6 + K_u}. \quad (19)$$

Substituindo $s = j\omega$ no denominador da Equação (19), obtém-se

$$(j\omega)^3 + 6(j\omega)^2 + 11(j\omega) + 6 + K_u = 0 \quad (20)$$

ou

$$K_u + 6 - 6\omega^2 + j\omega(11 - \omega^2) = 0. \quad (21)$$

o que significa que a frequência de oscilação é $\omega = \sqrt{11}$, permitindo calcular o período de oscilação e o valor de K_u a partir da Equação (21).

Exemplo para treinar (Resposta)

Método 1:

Passo 3: a frequência de oscilação é $\omega = \sqrt{11}$ e o período da oscilação vale

$$P_u = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{11}}.$$

Da Equação (21) obtém-se

$$K_u = 6\omega^2 - 6 = 6(\sqrt{11})^2 - 6 = 60.$$

Passo 4: ajustar os parâmetros do controlador de acordo com a tabela do slide 5, ou seja,

$$K_c = 0,6K_u = 36,$$

$$T_D = \frac{P_u}{8} = \frac{\pi}{4\sqrt{11}},$$

$$\frac{1}{T_I} = \frac{2}{P_u} = \frac{\sqrt{11}}{\pi}.$$

Portanto, a função de transferência do controlador PID resulta

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) = 36 \left(1 + \frac{\sqrt{11}}{\pi s} + \frac{\pi}{4\sqrt{11}} s \right)$$

Exemplo para treinar (Resposta)

Método 2:

Passo 3: $K_c = \frac{K_u}{2} = 30$.

Passo 4: determinar o valor de T_I de modo que o sistema em malha fechada oscile periodicamente. Para isso basta determinar o valor de T_I de modo que o sistema em malha fechada tenha polos sobre o eixo imaginário.

Supondo $G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)$, a função de transferência de malha fechada é dada por

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{30 \left(s + \frac{1}{T_I}\right)}{s(s+1)(s+2)(s+3) + 30 \left(s + \frac{1}{T_I}\right)} = \frac{30 \left(s + \frac{1}{T_I}\right)}{s^4 + 6s^3 + 11s^2 + 36s + \frac{30}{T_I}} \quad (22)$$

Substituindo $s = j\omega$ no denominador da Equação (22), obtém-se

$$(j\omega)^4 + 6(j\omega)^3 + 11(j\omega)^2 + 36(j\omega) + \frac{30}{T_I} = 0$$

ou

$$\omega^4 - 11\omega^2 + \frac{30}{T_I} + j\omega(36 - 6\omega^2) = 0 \quad (23)$$

Exemplo para treinar (Resposta)

Método 2 – continuação:

A frequência da oscilação é obtida de $36 - 6\omega^2 = 0$. Logo, $\omega = \sqrt{6}$. Da Equação (23) tem-se que

$$\omega^4 - 11\omega^2 + \frac{30}{T_I} = 0 \Rightarrow (\sqrt{6})^4 - 11(\sqrt{6})^2 + \frac{30}{T_I} = 0 \Rightarrow T_I = 1.$$

Passo 5: duplicar o valor de T_I . Logo, $T_I = 2$.

Passo 6: ajustar $T_D = T_I = 2$.

Portanto, a função de transferência do controlador PID resulta

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) = 30 \left(1 + \frac{1}{2s} + 2s \right) = \frac{60(s^2 + 0,5s + 0,25)}{s}$$

Exemplo para treinar (Resposta)

Comparação Método 1 × Método 2

Na Figura 7.45 são apresentadas as respostas ao degrau unitário do sistema em malha fechada, com os controladores PID do primeiro método e do segundo método. A melhor resposta é a do sistema com o controlador calculado pelo segundo método, pois a resposta é mais rápida e tem sobressinal menor.

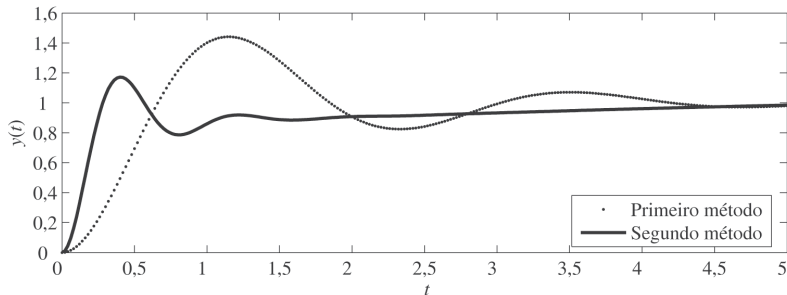


Figura 7.45 Resposta ao degrau unitário na referência do sistema em malha fechada.

Os slides dessa aula foram baseados em

- Castrucci, Plínio B. de L.; Bittar, Anselmo; Sales, Roberto M. “Controle Automático”, 2ª edição, LTC, 2018.
ISBN: 9788521635499. – **Capítulo 7.**