

# EA721 - Princípios de Controle e Servomecanismos

## Parte 1.1: Introdução

**Professora:** Cecília de Freitas Morais

e-mails: cfmorais@unicamp.br

página: <https://cfmorais.fee.unicamp.br/>

# Sistemas de Controle

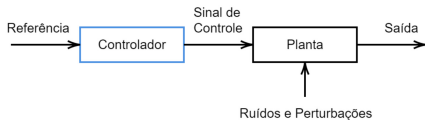
- Um sistema de controle é uma interconexão de componentes de forma a regular (controlar) um dado sistema dinâmico, chamado de planta.
- O controlador é projetado de forma que uma variável de interesse, chamada de variável controlada apresente um comportamento adequado;
- A variável controlada normalmente é uma saída medida da planta.
- O sinal de controle é a entrada introduzida na planta para atingir este objetivo.

## Objetivos de projeto

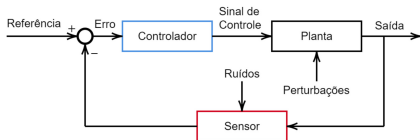
- **Estabilidade** do sistema composto por controlador e planta.
- A saída deve replicar algum **sinal de referência** estabelecido pelo projetista.
- **Robustez** do sistema composto por controlador e planta a perturbações externas.

Duas abordagens usuais:

### Malha-aberta



### Malha fechada



# Controle manual × automático

Controlar uma grandeza física ou variável física significa alterar o seu valor de acordo com uma intenção.

- **Controle manual:** Quando o operário de uma indústria dá partida em um motor ou age sobre uma válvula de um dado processo, quando um cozinheiro aumenta ou diminui a chama do fogão, etc. Controle feito de maneira artesanal com atenção redobrada e associado à experiência.
- **Controle automático:** Quando a ação sobre um processo é delegada a um equipamento com o objetivo de manter um padrão de qualidade uniforme. No controle automático geralmente objetiva-se um desempenho técnico específico, em que uma variável deve obedecer a um sinal de referência e resistir a perturbações com um desempenho aceitável em termos, também, de natureza econômica.

# Dinâmica tradicional × de eventos

Há duas grandes classes de controle automático, em função da natureza da dinâmica do processo a ser controlado:

- **Dinâmica tradicional:** Originalmente, na física, dinâmica significava o fenômeno de força e energia produzindo movimento, segundo leis que se exprimiam por equações diferenciais (baseadas na derivada de uma variável em função do tempo). Mais tarde, dinâmica passou a representar qualquer fenômeno (físico, biológico, econômico, etc.) descrito por equações diferenciais.
- **Dinâmica de eventos discretos:** Sistemas artificiais que não são descritos por equações diferenciais nos quais as variáveis internas e de saída alteram-se sempre como consequência de variações instantâneas das entradas obedecendo rígidas regras de causa e efeito e assumindo valores pertencentes a um conjunto finito ( $\{0,1\}$ ,  $\{\text{verdadeiro}, \text{falso}\}$ ,  $\{\text{ligado}, \text{desligado}\}$ ,  $\{-100, -99, \dots, 99, 100\} \in \mathbb{Z}$ ). Exemplos: circuitos de chaves elétricas e temporizadores, estoques de peças, sistemas de partida, proteção de processos industriais. Tais sistemas são ditos discretos ou digitais, são modelados por lógica e álgebra Booleana (sistemas lógicos).

Do ponto de vista dos modelos matemáticos, controle e teorias associadas, as duas dinâmicas estão sendo divididas em duas classes na engenharia

- *time driven*: sistemas conduzidos pelo tempo;
- *event driven*: sistemas conduzidos por eventos;

# Controle dinâmico × de eventos

O controle automático dos sistemas dinâmicos tradicionais (controle dinâmico) emprega o conceito de realimentação (*feedback*) usando geralmente eletrônica analógica ou digital (Figura 1.1(a)), enquanto o controle com dinâmica de eventos discretos (controle de eventos) é feito por meio de eletrônica digital (Figura 1.1(b)).

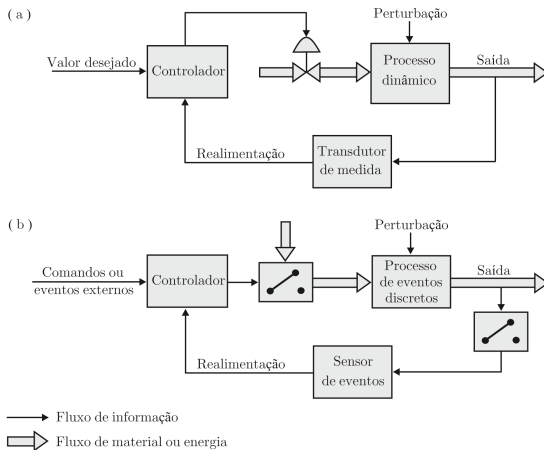
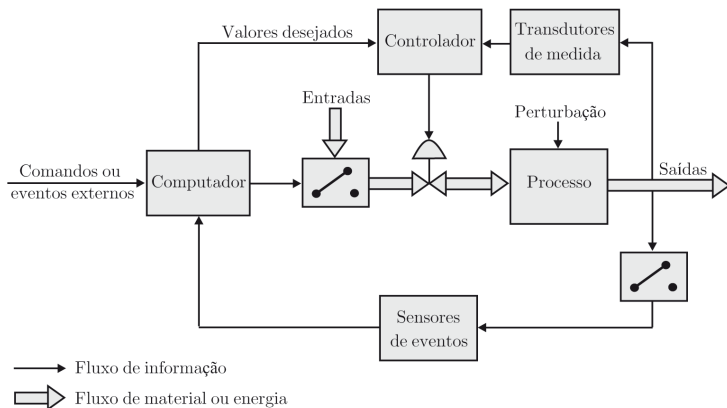


Figura 1.1 (a) Controle dinâmico. (b) Controle de eventos discretos.

# Automação

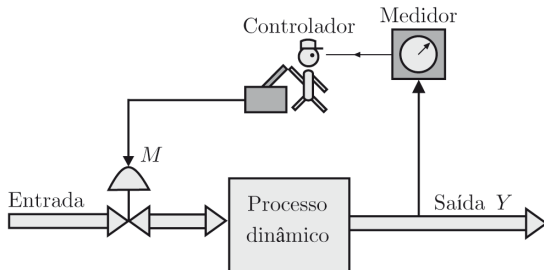
Automação é outro termo ligado ao controle automático associado aos equipamentos que substituem o homem em suas tarefas, surgiu em meados do século XX como resultado da conexão do controle dinâmico com a eletrônica. Hoje representa a presença de um computador (microcontrolador, microprocessador) em um processo industrial ou comercial com múltiplas funções (Figura 1.2).



**Figura 1.2** Esquema da automação de um processo.

# Realimentação

Controlar por realimentação significa aplicar na entrada do processo, após uma conveniente amplificação, o sinal resultante da diferença entre o valor desejado e o valor medido da saída.



**Figura 1.3** Controle manual.

O medidor mede a saída  $Y$  do processo;

O potenciômetro aplica o sinal  $M$  ao processo;

O controlador deve manter o ponteiro do medidor no centro da escala, sabendo apenas que girar o botão para a direita leva, devido aos equipamentos externos, o ponteiro do medidor também a um desvio à direita.

Ponteiro para a esquerda  $\Rightarrow$  potenciômetro para a direita!

Ponteiro para a direita  $\Rightarrow$  potenciômetro para a esquerda!

Reações mais rápidas ou reações mais lentas? Depende da dinâmica do processo!

# Diagrama de blocos (malha-fechada)

O exemplo mostra que o controlador deve absorver o conhecimento não apenas do objetivo de reduzir o erro, mas também as características dinâmicas do processo controlado (amplitudes e frequências da perturbação atuante no processo).

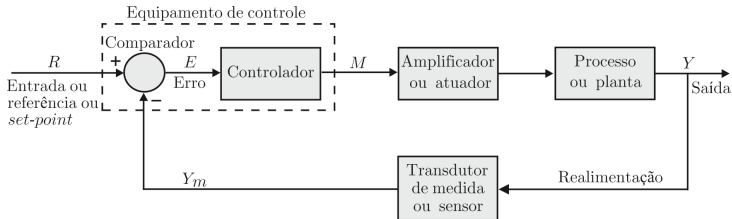


Figura 1.4 Diagrama de blocos de um sistema em malha fechada.

- $R$ : entrada, referência ou *set-point*;
- $Y$ : saída do processo ou planta;
- $M$ : variável manipulada (entrada do amplificador ou atuador);
- $Y_m$ : saída medida na unidade de  $R$ ;
- $E = R - Y_m$ : erro atuante;

Obs: Normalmente a saída  $Y$  é uma grandeza física que para ser comparada com  $R$  deve ser convertida (pelo transdutor de medida ou sensor) numa variável  $Y_m$  com a mesma unidade de  $R$ .

# Tipos de Realimentação

## Realimentação Negativa

- Desencadeia ações contrárias a variações no sistema, com o objetivo de reestabelecer/manter a sua condição de equilíbrio.
- Comportamento análogo ao de um amortecedor.

## Realimentação Positiva

- Desencadeia ações favoráveis a variações no sistema, com o objetivo de afastá-lo da sua condição de equilíbrio atual, levando-o a uma nova posição de equilíbrio.
- Comportamento análogo ao de um amplificador.

Válvula flutuante para controle de nível de água (300a.c).

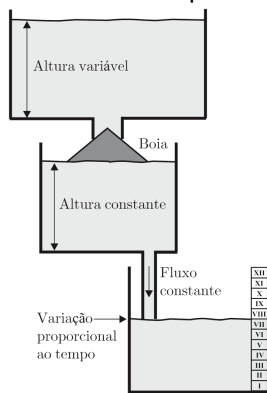
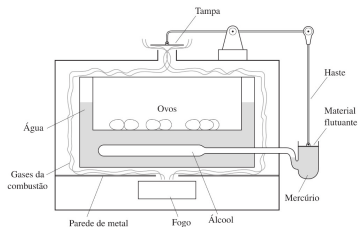


Figura 1.5 Relógio de água de Ctesibius.

- O relógio de água de Ctesibius consistia em um reservatório com nível estabilizado por boia e um orifício na base. Por causa do nível constante, o fluxo da saída também era constante. acumulando esse fluxo em um segundo reservatório, dotado de escala vertical que indicava o tempo decorrido.
- Uso desde a antiguidade (c. 300 a.C.) até hoje.
- Estratégia com realimentação e, em muitos casos, do tipo on-off.

# História do Controle

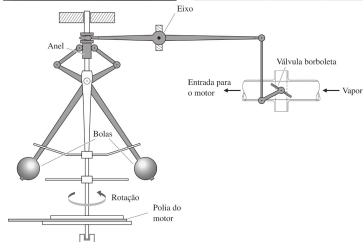
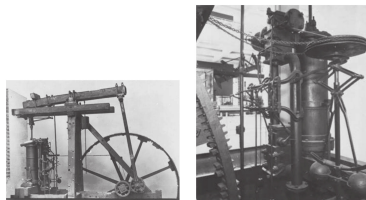
## Incubadora de Cornelis Drebbel (1620)



- O forno consiste de uma caixa para conter o fogo, com uma haste na parte superior equipada com uma tampa. Dentro da caixa há uma incubadora de parede dupla, paredes ocas que são preenchidas com água para transferir uniformemente o calor para a incubadora.
- O sensor de temperatura é um recipiente de vidro cheio de álcool e mercúrio que está colocado no interior da parede oca da incubadora preenchida com água.
- Quando o fogo aquece a caixa e a água, o álcool se expande e a haste lateral flutua para cima, diminuindo a abertura que permite a combustão.
- Se a caixa estiver muito fria, o álcool contrai, a abertura aumenta e o fogo se torna mais forte.
- A temperatura desejada é definida pelo comprimento da haste lateral, que define a abertura para uma dada expansão do álcool.

# História do Controle

## Governador de bolas flutuantes



- Como controlar automaticamente a velocidade de rotação de um eixo?
- No caso da pedra de moagem em um moinho movido pelo vento, Fuller em 1776 usava um pêndulo cônico, ou governador de bolas flutuantes, para medir a velocidade do moinho. As velas do moinho de vento eram recolhidas ou baixadas por meio de cordas e polias, como uma persiana, para manter a velocidade fixa.
- A adaptação desses princípios que possibilitou o surgimento da máquina a vapor nos laboratórios de James Watt em torno de 1788.
- Começando do canto superior esquerdo, seguindo no sentido horário são mostradas: uma versão antiga do motor a vapor de Watt, foco no governador de bolas flutuantes, esboço dos seus componentes, respectivamente.

# História do Controle (Motor a vapor de Watt)

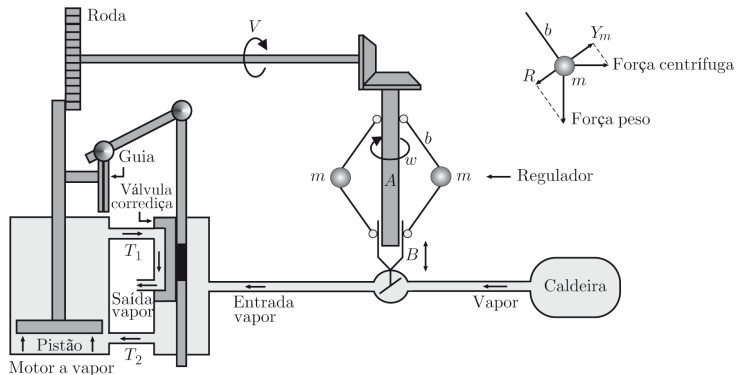


Figura 1.6 Regulador de velocidade de motores a vapor de James Watt.

- Nesse regulador o vapor empurra o pistão para cima.
- Ao mesmo tempo, uma válvula corredeira também é posicionada na parte superior da máquina a vapor e quando o pistão atinge a posição superior, a válvula corredeira é empurrada para baixo limitando o vapor.
- Dessa forma, inverte-se o fluxo de vapor nos tubos  $T_1$  e  $T_2$ , e o pistão é empurrado para baixo.

# História do Controle (Motor a vapor de Watt)

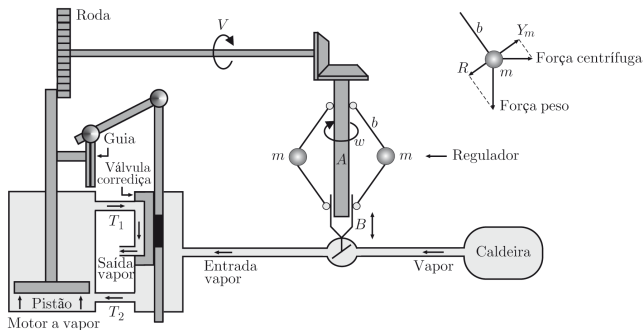


Figura 1.6 Regulador de velocidade de motores a vapor de James Watt.

- Esse movimento de subida e descida do pistão faz girar uma roda com velocidade  $V$ , acoplada ao seu eixo.
- O eixo vertical  $A$  do regulador é movido com velocidade angular  $\omega$ .
- Sobre as massas  $m$  agem 2 forças: a centrífuga (horizontal) e a gravidade (vertical).
- Tais forças são projetadas sobre a normal à barra  $b$ , que liga essas massas ao eixo  $A$ , as forças  $R$  e  $Y_m$  se opõem.

# História do Controle (Motor a vapor de Watt)

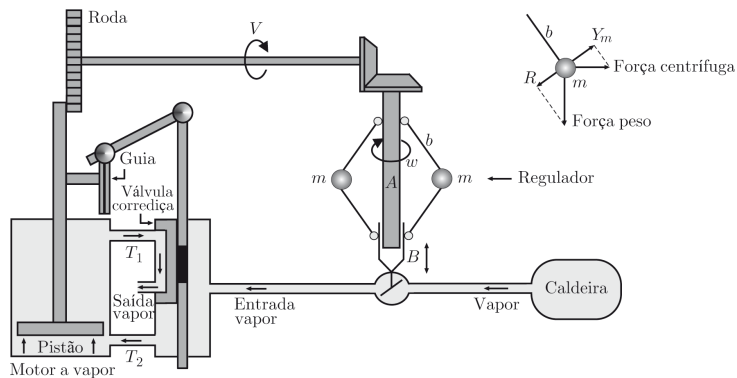


Figura 1.6 Regulador de velocidade de motores a vapor de James Watt.

- Se a velocidade de rotação  $\omega$  é excessiva, a barra  $b$  gira para cima, as massas  $m$  se afastam do eixo  $A$  e o tubo  $B$  sobe  $\Rightarrow$  reduzindo o fluxo de vapor para o motor.

# História do Controle (Motor a vapor de Watt)

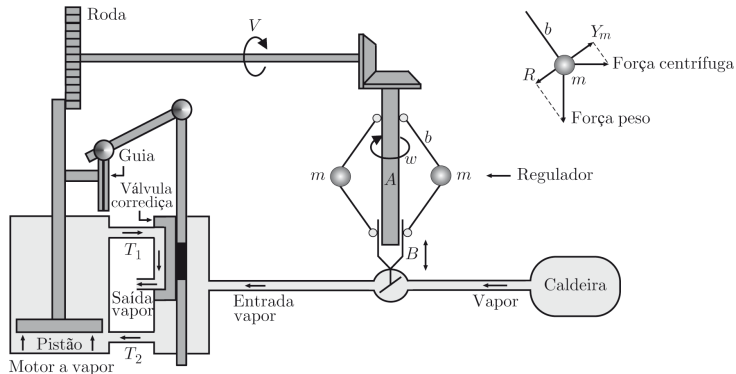


Figura 1.6 Regulador de velocidade de motores a vapor de James Watt.

- Se a velocidade  $\omega$  é baixa, o processo se inverte, o motor ganha mais vapor e aumenta a velocidade.
- Estabilidade: Dependendo do arranjo e dimensões dos componentes, as massas  $m$  podem estacionar em uma posição intermediária e o motor em uma dada velocidade.

# História do Controle (Motor a vapor de Watt)

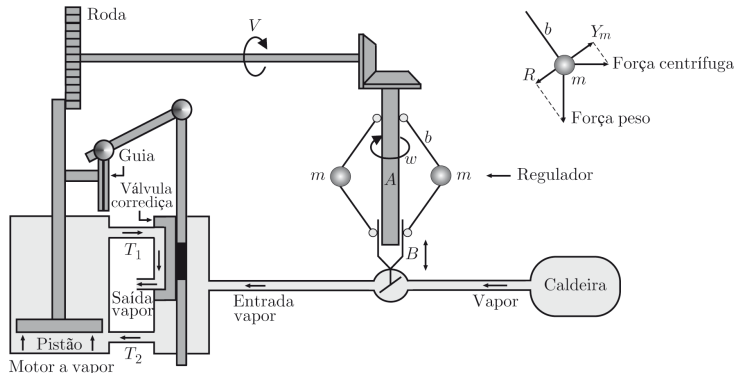


Figura 1.6 Regulador de velocidade de motores a vapor de James Watt.

Variáveis do sistema de realimentação:

- Erro atuante ( $E$ ): diferença entre as projeções das forças peso e centrífuga de  $m$ ;
- Referência ( $R$ ): projeção da força peso;
- Saída da medida ( $Y_m$ ): projeção da força centrífuga;
- Variável manipulada ( $M$ ): posição do tubo  $B$ ;
- Amplificador de potência: válvula de vapor.

# História do Controle

- Primeiras décadas do século XX: telefonia a grandes distâncias exigia amplificadores eletrônicos de elevado ganho e boa fidelidade na reprodução de voz (realimentação do sinal). Ligações telefônicas de longa distância eram possíveis mas estavam sujeitas a distorções causadas pelos vários amplificadores necessários.
- O estudo da estabilidade de reguladores feito James C. Maxwell em 1868: nasce a teoria de controle. Inicia a teoria da realimentação, análise de condições para se produzirem oscilações em sistemas descritos por EDO lineares;
- Prêmio Adams de 1877: Critério de Estabilidade de Edward J. Routh (também desenvolvido de forma independente por Adolf Hurwitz em 1895). Criaram um critério algébrico sobre os coeficientes de equações diferenciais para garantir a existência ou não de oscilações;
- 1896 (Lyapunov): criação do critério de estabilidade segundo Lyapunov (estabilidade não linear);
- A existência de não-linearidades e de atraso de transporte (tempo morto) em processos industriais levaram ao desenvolvimento do controlador PID, primeiramente descrito por Nicolas Minorsky em 1922.
- Em 1927, Harold S. Black propõe o uso de amplificadores com alto ganho e realimentados negativamente: atualmente implementado com Amp.Op. Amplificadores realimentados praticamente eliminam a distorção, mas trazem novos problemas de estabilidade. Ordem elevada e outros fatores complicam o uso do critério de Routh: outra solução é necessária.

# História do Controle

- Em 1932 Harry Nyquist desenvolve um novo critério de estabilidade, baseado apenas na resposta em frequência da planta. A criação do critério de estabilidade de Nyquist permitiu que engenheiros projetassem sistemas a realimentação com segurança;
- Durante a Segunda Guerra Mundial, desenvolveu-se a análise sistemática de diagramas de blocos.
- Em 1942, John G. Ziegler e Nathaniel B. Nichols desenvolvem as suas regras práticas de sintonia de PIDs.
- Hendrik W. Bode desenvolve, em 1945, os métodos de projeto de controladores via resposta em frequência.
- Em 1945 Wiener cria o controlador ótimo linear quadrático Gaussiano (LQG);
- Em 1948, Walter R. Evans, em seus estudos de controle de aeronaves, desenvolve regras práticas para o esboço do lugar geométrico das raízes (*root locus*) de um sistema em malha fechada.
- Baseados em trabalhos antigos (1892) de Aleksandr M. Lyapunov, cientistas passam, a partir dos anos 1950, a estudar sistemas dinâmicos descritos por EDOs na forma normal (representação de estado):
  - R. E. Bellman: Princípio da Otimalidade (1953).
  - J. R. Ragazzini, G. Franklin e L. A. Zadeh: Controle Digital (1958).
  - R. E. Kálmán: Regulador Linear Quadrático e Filtro de Kalman (1960).
  - D. G. Luenberger: Observador de Estado (1963).

- O papel fundamental do controle automático na realização dos voos espaciais trouxe ao centro das atenções o computador, como controlador de múltiplas variáveis de saída e calculador *on-line* (tempo real) das trajetórias e manobras ótimas;
- No ambiente industrial, o computador digital interessa como meio de controle pela facilidade de registrar fatos e dados de produção e de comunicação com operadores e administração;
- Desvantagem: O computador opera sobre números, só pode medir e atuar em instantes discretos, exige teorias de modelagem e controle adequadas para sistemas de tempo discreto.

Toda aplicação de teoria de controle ao mundo real depende da fidelidade dos modelos matemáticos adotados. Existem duas abordagens de obtenção dos modelos matemáticos na engenharia de controle:

- Métodos estruturalistas:
  - Identificam-se os mecanismos fundamentais em ação (físico, químico, mecânico, etc.);
  - Medem-se os parâmetros (coeficientes de transmissão, reação, inércia, atrito, etc.) por ensaios ou estimação;
  - Estabelecem-se as equações diferenciais, ou de diferenças, descritivas dos mecanismos.

- Métodos globalistas (identificação de sistemas):
  - Ignoram os fenômenos internos e mede-se o desempenho global (registro da entrada e saída pertinentes ao controle automático desejado);
  - Em geral, aplicam-se à entrada sinais convenientes (degrau, impulso e senoide);
  - Registram-se os sinais normais de operação por alguma técnica gráfica ou computacional;
  - utiliza-se uma técnica matemática ou estatística, para estimar ou obter os parâmetros da equação diferencial que interliga ou justifica os registros.

Quanto ao desempenho técnico há duas grandes famílias de aplicações ou problemas de controle:

- Controle de posição:
  - Controle de posição ou velocidade de objetos como: aeronaves, lançadores de satélites, automóveis, submarinos, leitores de CDs e discos rígidos, robôs, etc.;
  - O fator econômico leva, em geral, à busca de solução com dispêndio limitado ou energia mínima;
  - As teorias de projeto geralmente minimizam um funcional

$$J = \int_0^{\infty} [e(t) + \lambda u(t)^2] dt$$

em que  $e(t)$  é o erro da variável controlada no instante  $t$ ,  $u(t)$  é o esforço de controle e  $\lambda$  é uma constante positiva de ponderação.

- Controle de processos:
  - Regulação de processos industriais, como: siderurgia, celulose, cimento, petróleo, químico, álcool, alimentos, medicamentos, etc.
  - No controle de processos deve se levar em conta a relação benefícios  $\times$  custo de investimento e operação.

# Motivações técnicas e econômicas

Ex: uma fábrica de papel que deve fornecer um produto com espessura mínima de  $Y_{min}$ .

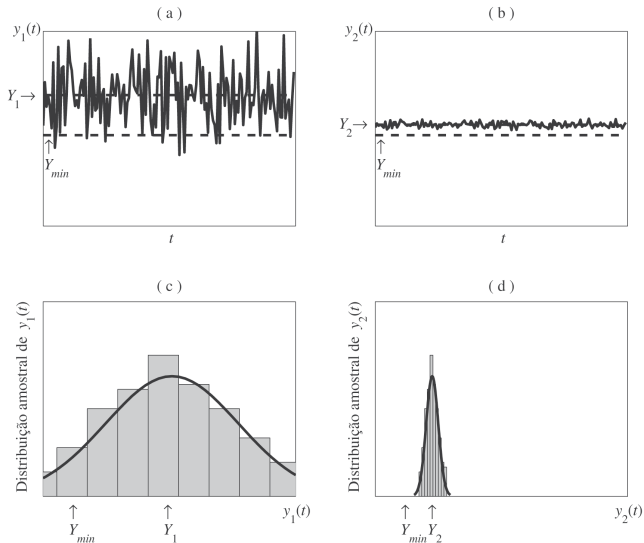


Figura 1.7 Processo de papel. (a) e (c) Regulação manual. (b) e (d) Regulação automática.

# Variedades de controle

- **Controle analógico:** empregado em sinais ou sistemas de tempo contínuo, isto é, que existem em qualquer instante de tempo no intervalo de observação;
- **Controle amostrado:** empregado em sinais de tempo discreto resultantes de sinais analógicos que passaram por um procedimento de amostragem no tempo;
- **Controle digital:** empregado em sinais amostrados cujas amplitudes são convertidas em algum código digital, formado por zeros e uns;
- Atualmente, como a maioria dos sensores e controladores são digitais (pela grande uso de computadores), o mais comum é que o projeto do controlador seja analógico e depois convertido em um algoritmo digital para ser executado no computador.
- Para projetos mais exigentes há técnicas de projeto diretamente em algoritmos digitais.

# Desenvolvimento de projetos

- Deficiências inevitáveis dos modelos matemáticos e do conhecimento dos sinais, além de limitações das teorias, levam ao fato de que o desenvolvimento completo de um controlador real consista em cálculos, simulações (Matlab, Scilab, etc.), experimentos em protótipos e ensaios na realização final;
- O processo de desenvolvimento de um projeto de controle baseia-se na experiência do projetista e em avaliações de aspectos conflitantes: desempenho  $\times$  implementabilidade  $\times$  custo;
- Por exemplo:
  - uma escolha de um certo sensor de baixo custo pode limitar o desempenho e ser recusada nos pré-cálculos teóricos;
  - um transdutor mais rápido e preciso pode ser limitante em termos de custo;
  - limitações de peso ou dimensões também restringem a implementabilidade do projeto.

Uma sequência resumida das etapas do desenvolvimento de um projeto de um sistema de controle é apresentada a seguir.

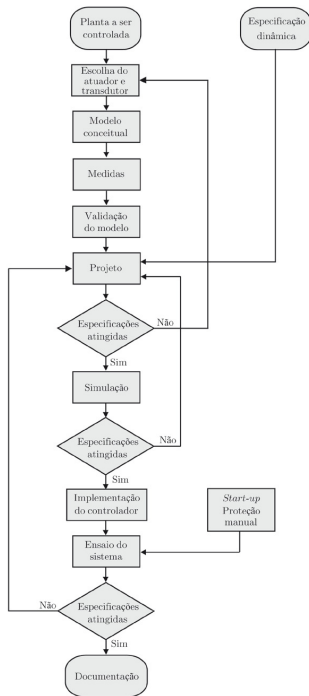


Figura 1.6 Fluxograma de projeto de um sistema de controle automático

Os slides dessa aula foram completamente baseados em

- Castrucci, Plínio B. de L.; Bittar, Anselmo; Sales, Roberto M. “Controle Automático”, 2ª edição, LTC, 2018. ISBN: 9788521635499. – **Capítulo 1.**
- Franklin, G.F.; POWELL, J.D.; Emami-Naeini, A. “Feedback Control of Dynamic Systems”. Addison Wesley Pub. Company. USA, 1991. **Capítulo 1**
- Notas de Aula do Prof. Matheus Souza.

Apêndice

## Modelos de Sistemas Físicos de Interesse

# Modelos de Sistemas Físicos de interesse: Pêndulo Invertido

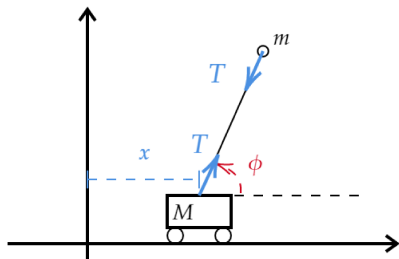
- Sistema composto de carro de massa  $M$ , que desliza sobre uma superfície com atrito viscoso  $b$ , ligado por uma haste ideal de comprimento  $l$  a uma massa pontual  $m$ .
- O sistema sofre a ação de uma força externa  $f$ , que pode ser projetada para equilibrar a haste na posição vertical.

## Equações do movimento:

$$M\ddot{x} + b\dot{x} = f + T \cos(\phi)$$

$$m \frac{d^2}{dt^2} (l \sin(\phi)) + mg + T \sin(\phi) = 0$$

$$m \frac{d^2}{dt^2} (x + l \cos(\phi)) + T \cos(\phi) = 0$$



⇒ **Eliminando  $T$ :**

$$(M + m)\ddot{x} - ml \cos(\phi)\dot{\phi}^2 - ml \sin(\phi)\ddot{\phi} + b\dot{x} = f$$

$$ml\ddot{\phi} + mg \cos(\phi) - m\ddot{x} \sin(\phi) = 0$$

# Modelos de Sistemas Físicos de interesse: Pêndulo Invertido

**Equações do movimento:**

$$(M + m)\ddot{x} - ml \cos(\phi)\dot{\phi}^2 - ml \sin(\phi)\ddot{\phi} + b\dot{x} = f$$

$$ml\ddot{\phi} + mg \cos(\phi) - m\ddot{x} \sin(\phi) = 0$$

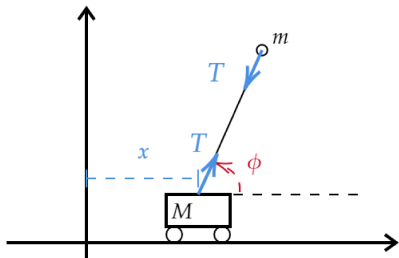
- As equações obtidas são **não-lineares**, mas podem ser **linearizadas em torno de um ponto de equilíbrio** do sistema.
- Para determinarmos um **ponto de equilíbrio**, consideramos a **entrada nula** e buscamos pontos em que o sistema se torna **estacionário**.

**Pontos de equilíbrio:** devem satisfazer

$$\dot{x} = \ddot{x} = \dot{\phi} = \ddot{\phi} = 0$$

Isto implica que

$$\cos(\phi) = 0 \leftrightarrow \phi = \pm \frac{\pi}{2} (+2k\pi, k \in \mathbb{Z})$$



Para o **pêndulo invertido**, linearizamos o modelo em torno de  $\phi = \frac{\pi}{2}$ . Definindo  $\theta(t) = \phi(t) - \frac{\pi}{2}$ , adotamos as aproximações

$$\sin(\phi) \approx \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, \cos(\phi) \approx -\theta, \dot{\phi}^2 \approx 0,$$

para obter o **modelo linear**

$$(M + m)\ddot{x} - m\ddot{\theta} + b\dot{x} = f$$

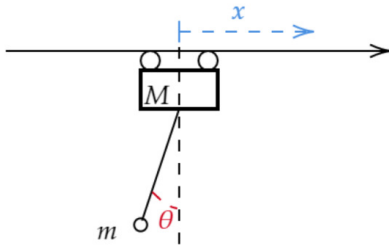
$$l\ddot{\theta} - \ddot{x} - g\theta = 0,$$

# Modelos de Sistemas Físicos de interesse: Grua Industrial

- Sistema composto de carro de massa  $M$ , que desliza sobre um trilho com atrito viscoso  $b$ , ligado por uma haste ou um cabo ideal de comprimento  $\ell$  a uma massa pontual  $m$ .
- O sistema sofre a ação de uma força externa  $f$ , que pode ser projetada para deslocar o carro para uma posição desejada, minimizando as vibrações da carga na haste.

Podemos tomar o modelo do pêndulo invertido e considerarmos a **posição de equilíbrio estável**  $\phi = -\frac{\pi}{2}$ . Para tanto, definimos  $\theta(t) = \phi(t) + \frac{\pi}{2}$  e adotamos as aproximações

$$\sin(\phi) \approx \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1, \quad \cos(\phi) \approx \theta, \quad \dot{\phi}^2 \approx 0.$$



**Modelo linearizado:**

$$(M + m)\ddot{x} + m\ell\ddot{\theta} + b\dot{x} = f$$

$$\ell\ddot{\theta} + \ddot{x} + g\theta = 0,$$

que é válido para  $\theta \approx 0$ .

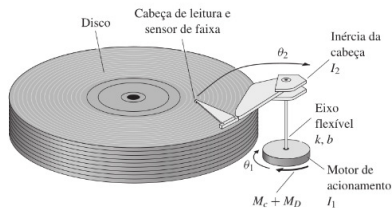
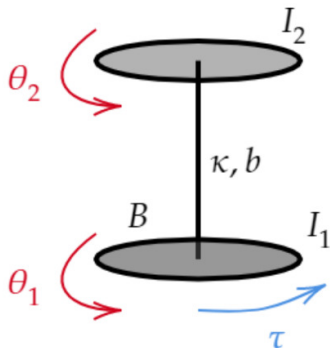
# Modelos de Sistemas Físicos de interesse: Agulha leitor de HD

- Sistema composto de duas inércias  $I_1$  e  $I_2$  ligadas por uma haste com constante elástica de torção  $\kappa$  e atrito viscoso torcional  $b$ . O disco da base, com inércia  $I_1$  está sujeito a um atrito viscoso rotacional  $B$ .
- O sistema sofre a ação de um torque externo  $\tau$ , que pode ser projetado para deslocar a agulha de leitura (inércia  $I_2$ ) para uma posição desejada, minimizando as vibrações causadas pela haste.

## Modelo linear:

$$I_1 \ddot{\theta}_1 + b(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + \kappa(\theta_1 - \theta_2) + B\dot{\theta}_1 = \tau$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 + b(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + \kappa(\theta_2 - \theta_1) = 0,$$

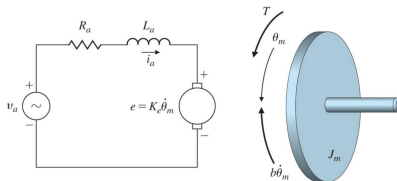


# Modelos de Sistemas Físicos de interesse: Motor DC

- Sistema eletromecânico composto de duas dinâmicas:

- **Parte elétrica:** acionada pela tensão de armadura  $v_a$ , é composta de um circuito RL ( $R_a$  e  $L_a$ ) e sofre uma **força contraeletromotriz** proporcional à velocidade do motor,  $e = K_e \dot{\theta}_m$ .
- **Parte mecânica:** acionada pelo **torque do motor**  $T$ , que é proporcional à corrente de armadura  $i_a$ , e está sujeita a um atrito viscoso  $b$  e uma inércia  $J_m$ .

Em unidades compatíveis, as constantes de proporcionalidade acima são **iguais**.



**Modelo linear:**

$$J_m \ddot{\theta}_m + b \dot{\theta}_m = T = K_e i_a$$

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + K_e \dot{\theta}_m = v_a$$