Nome: .... **RA:** ....

Obs.: Resolva as questões nas folhas de papel almaço e copie o resultado no espaço apropriado.

1ª Questão: a) Determine a resposta ao impulso , ou seja, $y(t) = h(t)$ para $x(t) = \delta(t)$ (condições iniciais nulas) para o sistema cuja função de transferência é dada por (0,5 ponto)

$$H(s) = \frac{3s+4}{s^2+4s+4}.$$

1	
2	
3	
4	
5	

b) Determine a resposta ao degrau $x(t) = u(t)$ para o sistema descrito pela função de transferência da letra a) (0,5 ponto).

c) Determine a saída persistente (resposta em regime permanente $y_{reg}(t)$) para a entrada rampa ($x(t) = tu(t)$, condições iniciais nulas) para esse sistema (0,5 ponto).

d) Esse sistema segue a entrada degrau com erro de regime nulo? E segue a entrada rampa com erro de regime nulo? Justifique sua resposta (0,5 ponto).

2ª Questão: Determine a entrada $x(t)$ da equação diferencial $(p^2+p)y = (p+2)x$ que produz como solução (2,0 pontos)

$$y(t) = 5exp(-t) + 10t - texp(-t).$$

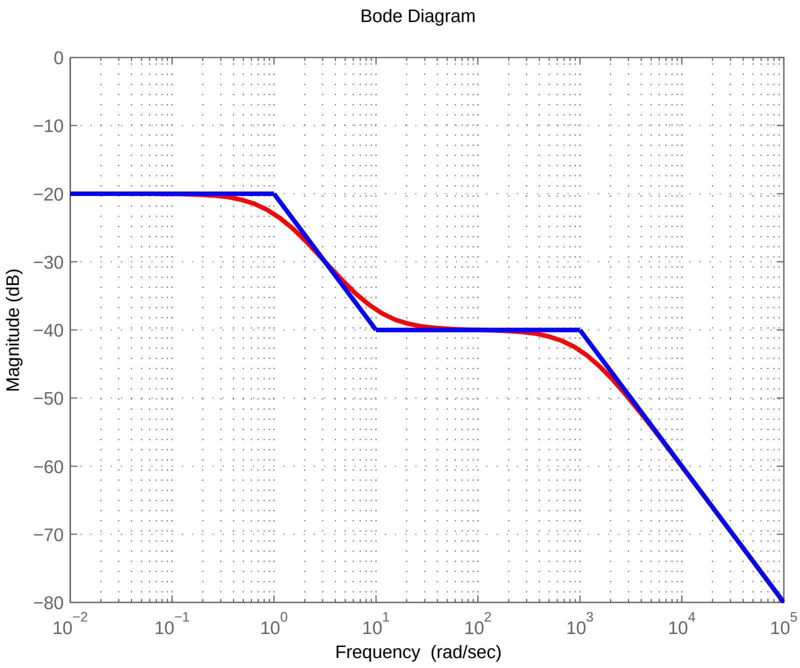
3ª Questão: a) Determine a equação diferencial homogênea ordinária linear a coeficientes constantes e as condições iniciais que produzem a mesma solução $y(t)$ que a equação diferencial não homogênea abaixo (1,0 ponto)

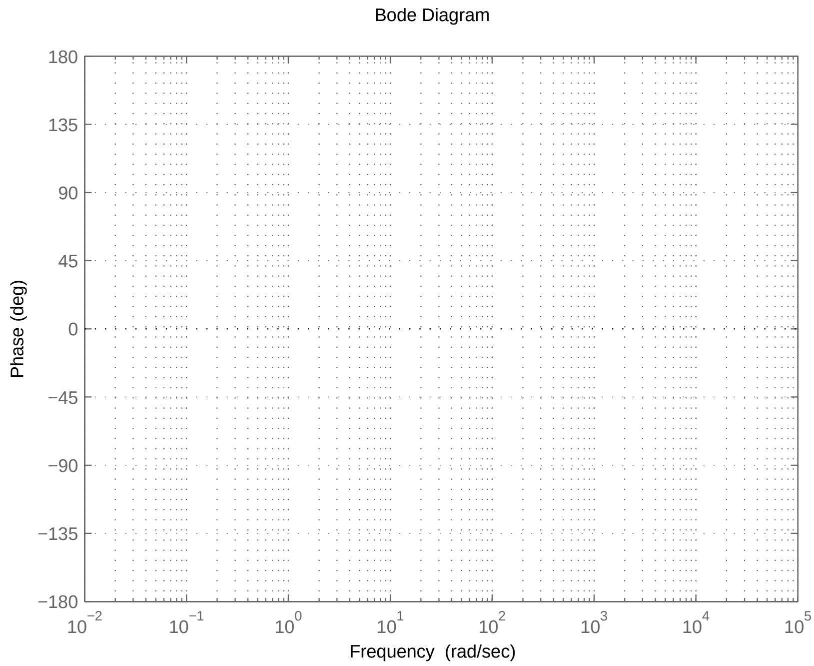
$$(p+2)y = 10cos(2t), \quad y(0) = 0.$$

b) Determine a solução da equação diferencial homogênea obtida como resultado na letra a). Expresse os modos próprios relacionados a autovalores complexos conjugados como senos e cossenos (1,0 ponto).

c) Identifique as parcelas homogênea e forçada da saída $y(t)$ obtida em b) (0,5 ponto).

4ª Questão: a) Determine a função de transferência racional e esboce o diagrama assintótico de fase do sistema de fase mínima cujo módulo da resposta em frequência é dado pelo diagrama abaixo (1,0 ponto)





b) A partir do diagrama de módulo apresentado na letra a) dessa questão, determine a relação sinal-ruído $(S/N)_{dB}$ na saída do sistema para a seguinte entrada (0,5 ponto)

$$x(t) = \underbrace{100\cos(0,5t)}_{\text{sinal}} + \underbrace{\text{sen}(100t)}_{\text{ruído}}.$$

5ª Questão: a) Determine a função de transferência $H(z) = Y(z)/X(z)$ e a resposta ao impulso, ou seja, $y[n] = h[n]$ para $x[n] = \delta[n]$ (condições iniciais nulas), para o sistema descrito pela seguinte equação a diferenças (1,0 ponto)

$$y[n+1] + 2y[n] = 3x[n+1] + 4x[n].$$

b) Determine a solução forçada ($y_F[n]$) para a entrada $x[n] = (-2)^n$ (1,0 ponto)

c) Determine a equação a diferenças homogênea com coeficientes constantes e as condições iniciais que produzem a mesma solução $y[n]$ da equação a diferenças não homogênea dada a seguir

$$y[n+1] + 2y[n] = 3x[n+1] + 4x[n], \quad y[0] = 1,$$

para a entrada $x[n] = (-2)^n$ (1,0 ponto).

Consulta

Transformada de Laplace (unilateral):

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = \int_0^{+\infty} x(t)\exp(-st)dt$$

$$\mathcal{L}\{\dot{x}(t)\} = s\mathcal{L}\{x(t)\} - x(0) \quad , \quad s \in \Omega_x$$

$$\mathcal{L}\left\{x^{(m)}(t) = \frac{d^m x(t)}{dt^m}\right\} = s^m \mathcal{L}\{x(t)\} - \sum_{k=0}^{m-1} s^{m-k-1} x^{(k)}(0)$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{t^m}{m!}\exp(-at)u(t)\right\} = \frac{1}{(s+a)^{m+1}} \ , \quad \text{Re}(s+a) > 0 \ , \ m \in \mathbb{N}$$

$$\mathcal{L}\{\cos(\beta t)\exp(-at)u(t)\} = \frac{s+a}{(s+a)^2 + \beta^2} \quad , \ \text{Re}(s+a) > 0$$

$$\mathcal{L}\{\text{sen}(\beta t)\exp(-at)u(t)\} = \frac{\beta}{(s+a)^2 + \beta^2} \quad , \ \text{Re}(s+a) > 0$$

$$x(0^+) = \lim_{t\to 0^+} x(t) = \lim_{s\to +\infty} sX(s) \ , \quad \lim_{t\to+\infty} x(t) = \lim_{s\to 0} sX(s)$$

Resposta ao degrau de sistema estável:

$$y(t) = \underbrace{H(0)u(t)}_{\text{regime}} + \text{transitório}$$

Resposta à rampa de sistema estável:

$$y(t) = \underbrace{H(0)tu(t) + \dot{H}(0)u(t)}_{\text{regime}} + \text{transitório}$$

Resposta à parábola de sistema estável:

$$y(t) = \underbrace{H(0)\frac{t^2}{2}u(t) + \dot{H}(0)tu(t) + \frac{1}{2}\ddot{H}(0)u(t)}_{\text{regime}} + \text{transitório}$$

Coeficientes a determinar (equações diferenciais)

$$D(p)y(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad y(t) = \sum_{k=1}^{m} a_k f_k(t) \qquad f_k(t) \text{ modos próprios (considerando multiplicidades)}$$

Se λ é raiz de multiplicidade r de $D(\lambda)$, então $\exp(\lambda t)$, $t\exp(\lambda t)$, $\ldots$, $t^{r-1}\exp(\lambda t)$ são modos próprios.

$$D(p)y(t) = N(p)x(t) \quad , \quad \text{se} \quad \bar{D}(p)x(t) = 0 \text{ então } \ \bar{D}(p)D(p)y(t) = 0$$

$$\text{Solução forçada:} \quad y(t) = y_h(t) + y_f(t) \quad \Rightarrow \quad D(p)y_f(t) = N(p)x(t) \ , \ D(p)y_h(t) = 0$$

Resposta em Freqüência: $H(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)\exp(-st)dt \quad , \quad H(j\omega) = H(s)\Big|_{s=j\omega}$

Diagramas assintóticos de Bode: gráficos do módulo (em dB) e da fase (em graus) versus a freqüência em escala logarítmica.

$$M_{\text{dB}}(\omega) = 20\log M(\omega) \ \ \text{sendo log o logaritmo na base 10}$$

$$H(s) = H_1(s)H_2(s) \quad \Rightarrow \quad M_{\text{dB}}(\omega) = M_{1\text{dB}}(\omega) + M_{2\text{dB}}(\omega) \ \ ; \quad \phi(\omega) = \phi_1(\omega) + \phi_2(\omega)$$

ω_c (freqüência de corte): encontro das assíntotas de baixa e alta freqüência

Pólos complexos: $0 < \xi < 1$, $\omega_n > 0$

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad \Rightarrow \quad \lambda_2^* = \lambda_1 = -\xi\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

$$\text{pico } (0 < \xi < 1/\sqrt{2}): \quad \omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\xi^2} \ \ ; \ \ M(\omega_r) = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

Transformada Z: $\mathcal{Z}\{x[n]\} = X(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]z^{-k} \ , \quad \mathcal{Z}\{\delta[n]\} = 1, \quad \mathcal{Z}\{\delta[n+m]\} = z^m \ , \ m \in \mathbb{Z}$

$$\mathcal{Z}\{x[n+m]u[n]\} = z^m\mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} - \sum_{k=0}^{m-1} x[k]z^{m-k} \quad , \quad m \in \mathbb{Z}_+$$

$$\mathcal{Z}\{a^n u[n]\} = \frac{z}{z-a} \quad , \quad \mathcal{Z}\{na^n u[n]\} = \frac{az}{(z-a)^2} \ , \ |z| > |a|$$

$$\mathcal{Z}\{n^2 a^n u[n]\} = \frac{az^2 + a^2 z}{(z-a)^3} \quad , \quad \mathcal{Z}\left\{\begin{pmatrix} n+m \\ m \end{pmatrix} a^n u[n]\right\} = \frac{z^{(m+1)}}{(z-a)^{(m+1)}} \quad , \quad m \in \mathbb{N} \quad , \quad |z| > |a|$$

$$\mathcal{Z}\left\{\begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix} a^{n-m} u[n]\right\} = \frac{z}{(z-a)^{m+1}} \quad , \quad m \in \mathbb{N} \quad , \quad |z| > |a|$$

Coeficientes a determinar (equações a diferenças)

$$D(p)y[n] = 0 \quad \Rightarrow \quad y[n] = \sum_{k=1}^{m} a_k f_k[n] \quad f_k[n] \text{ modos próprios (considerando multiplicidades)}$$

Se λ é raiz de multiplicidade r de $D(\lambda)$, então λ^n, $n\lambda^n$, $\ldots$, $n^{r-1}\lambda^n$ são modos próprios.

$$D(p)y[n] = N(p)x[n] \ \ , \ \ \text{se} \ \ \bar{D}(p)x[n] = 0 \text{ então } \ \bar{D}(p)D(p)y[n] = 0$$

$$\text{Solução forçada:} \quad y[n] = y_h[n] + y_f[n] \quad \Rightarrow \quad D(p)y_f[n] = N(p)x[n] \ , \ D(p)y_h[n] = 0$$