Nome: .... **RA:** ....

Obs.:

- O exercício (**individual, com consulta ao próprio material**) valerá 1,0 ponto;
- O exercício substituirá a questão da prova valendo $1,0$ ponto na qual o aluno tirou menor nota, se e somente se a nota do exercício for maior que a nota da referida questão.

1ª Questão: Considere o sistema descrito pela seguinte equação diferencial

$$D(p)y(t) = N(p)x(t), \text{ com } D(p) = p^2 + 2p \text{ e } N(p) = p.$$

a) Escreva uma representação de espaço de estados (A, b, c, d) do sistema na forma canônica controlável (0,1 ponto).

Solução:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad d = 0.$$

b) A representação obtida no item (a) é observável? Determine uma transformação P que produza uma representação do sistema na decomposição canônica observável (evidenciando, se for o caso, os modos não observáveis) (0,2 ponto).

Solução:

$$\text{Obsv}(A, c) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{rank}(\text{Obsv}(A, c)) = 1 < 2 \Rightarrow \text{Não é observável!}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad P^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{c} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{d} = 0.$$

$\lambda_1 = -2$ é observável e $\lambda_2 = 0$ não é observável!

c) Qual a função de transferência desse sistema? Ele é BIBO estável? Justifique (0,1 ponto).

Solução:

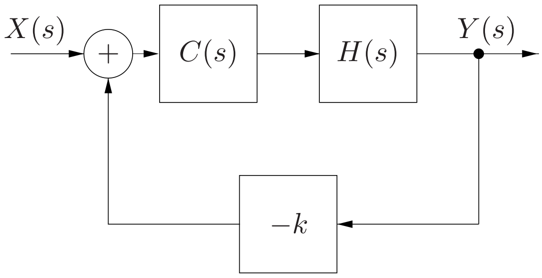
$$H(s) = \bar{c}_o(sI - \bar{A}_o)^{-1}\bar{b}_o + \bar{d} = \frac{1}{s+2}.$$

Sim, o sistema é BIBO estável pois todos polos de $H(s)$ tem parte real < 0.

d) Classifique o sistema como: marginalmente estável, assintoticamente estável ou instável e justifique sua resposta (0,1 ponto).

Solução: Marginalmente estável pois A tem um autovalor em 0 associado a um bloco de Jordan de dimensão 1 e outro autovalor com parte real negativa.

e) Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura abaixo seja BIBO estável



com $H(s)$ representando a função de transferência do sistema original (computada no item (c)) e $C(s) = \dfrac{s-2}{s^2+2s+2} = \dfrac{s-2}{(s+1-j)(s+1+j)}$ (0,2 ponto).

Solução:

$$G(s) = \frac{C(s)H(s)}{1+kC(s)H(s)} = \frac{s-2}{s^3+4s^2+(6+k)s+(4-2k)}$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 6+k \\ s^2 & 4 & 4-2k \\ s^1 & \frac{10+3k}{2} & \\ s^0 & 4-2k & \end{array}$$

O intervalo para o qual o sistema é BIBO estável é $-\frac{10}{3} < k < 2$.

fª Questão: Esboce o lugar das raízes do sistema realimentado considerando os seguintes aspectos:

i O número e ângulo das assíntotas (0,1 ponto);

ii O encontro das assíntotas (0,1 ponto);

iii O cruzamento com o eixo imaginário (0,1 ponto).

Solução: Número de assíntotas: $\eta = m - \ell = 3 - 1 = 2$. Ângulos das assíntotas: $\frac{(2r+1)\pi}{\eta} = \pm\frac{\pi}{2}$. Encontro das assíntotas: $\frac{1}{\eta}\left(\sum_{r=1}^{m} \mathrm{Re}(\lambda_r) - \sum_{r=1}^{\ell} \mathrm{Re}(\gamma_r)\right) = \frac{1}{2}(-2-1-1-2) = -3$. Cruzamento com o eixo imaginário em $k = 2$ e $\omega = 0$ obtido por:

$$-j\omega^3 - 4\omega^2 + j6\omega + 4 + k(-2+j\omega) = 0.$$