Tabela Transformada Z

Degrau: $u[n] = \begin{cases} 1, n \geq 0 \\ 0, n < 0 \end{cases}$	**Impulso:** $\delta[n] = \begin{cases} 1, n = 0 \\ 0, n \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \delta[n] = u[n] - u[n-1]$,	$u[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} \delta[k]$

Auto-função para SLIT:

$$x[n] = \mathrm{z}^{\mathrm{n}} \Rightarrow y_f[n] = H(z)\mathrm{z}^{\mathrm{n}},$$

em que $H(z) = \left.\frac{N(p)}{D(p)}\right|_{p=z}$ é a função de transferência do SLIT descrito pela equação a diferenças: $D(p)y[n] = N(p)x[n]$ e p é o operador avanço, ou seja, $py[n] = y[n+1]$, $p^2y[n] = y[n+2]$, …, $p^m y[n] = y[n+m]$

Definição da Transformada bilateral Z:

$$X(z) = \mathcal{Z}\{x[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]z^{-k} = \cdots x[-2]z^2 + x[-1]z + x[0] + x[1]z^{-1} + x[2]z^{-2} + \cdots, \quad z \in \Omega_{\mathrm{x}}$$

Tabela de transformadas:

$\boldsymbol{x[n]}$	$\boldsymbol{X(z)}$	$\boldsymbol{z \in \Omega_{\mathrm{x}}}$
Impulso: $\delta[n]$	1	$z \in \mathbb{C}$
Degrau: $u[n]$	$\frac{z}{z-1}$	$\|z\| > 1$
$a^n u[n]$	$\frac{z}{z-a}$	$\|z\| > \|a\|$
$-a^n u[-n-1]$	$\frac{z}{z-a}$	$\|z\| < \|a\|$
$na^{n-1}u[n]$	$\frac{z}{(z-a)^2}$	$\|z\| > \|a\|$
$-na^{n-1}u[-n]$	$\frac{z}{(z-a)^2}$	$\|z\| < \|a\|$
$n^2 a^n u[n]$	$\frac{az^2 + a^2 z}{(z-a)^3}$	$\|z\| > \|a\|$
$\binom{n}{m} a^{n-m} u[n]$	$\frac{z}{(z-a)^{m+1}}$	$\|z\| > \|a\|$
$\binom{n+m}{m} a^n u[n]$	$\frac{z^{m+1}}{(z-a)^{m+1}}$	$\|z\| > \|a\|$

Propriedades da transformada bilateral Z:

$\boldsymbol{x[n]}$	$\boldsymbol{X(z)}$	$\boldsymbol{z \in \Omega_{\mathrm{x}}}$
$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(z)X_2(z)$	$\Omega_{x_1} \cap \Omega_{x_2}$
$ax_1[n] + bx_2[n]$	$aX_1(z) + bX_2(z)$	$\Omega_{x_1} \cap \Omega_{x_2}$
$n^m x[n]$	$\left(-z\frac{d}{dz}\right)^m X(z)$	Ω_x
$x[n-m]u[n-m]$	$z^{-m}\mathcal{Z}\{x[n]u[n]\}$	Ω_{x}
$x[n+m]u[n]$	$z^m \mathcal{Z}\left(x[n]u[n] - \sum_{k=0}^{m-1} x[k]z^{-k}\right)$	Ω_x
$x[-n]$	$X(z^{-1})$	$\mathrm{z}^{-1} \in \Omega_x$

Soma: $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] = X(z)\|_{z=1}$ se $z = 1 \in \Omega_x$

Teorema do Valor inicial: $x[0] = \lim_{|z|\to\infty} X(z)$, se Ω_x é o exterior de um círculo

Teorema do Valor final: $x[+\infty] = \lim_{z\to 1}(z-1) \cdot X(z)$, $|z| > \rho$, $0 < \rho \leq 1$