

CONSULTA

Degrau: $u[n] = \begin{cases} 1, n \geq 0 \\ 0, n < 0 \end{cases}$	Impulso: $\delta[n] = \begin{cases} 1, n = 0 \\ 0, n \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \delta[n] = u[n] - u[n-1],$	$u[n] = \sum_{k=-\infty}^n \delta[k]$
Auto-função para SLIT: $x[n] = z^n \Rightarrow y_f[n] = H(z)z^n,$ em que $H(z) = \frac{N(p)}{D(p)} \Big _{p=z}$ é a função de transferência do SLIT descrito pela equação a diferenças: $D(p)y[n] = N(p)x[n]$ e p é o operador avanço, ou seja, $py[n] = y[n+1]$, $p^2y[n] = y[n+2]$, ..., $p^my[n] = y[n+m]$		
Definição da Transformada bilateral Z: $X(z) = Z\{x[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]z^{-k} = \dots x[-2]z^2 + x[-1]z + x[0] + x[1]z^{-1} + x[2]z^{-2} + \dots, \quad z \in \Omega_x$		
Tabela de transformadas:		
Propriedades da transformada bilateral Z:		
$x[n]$	$X(z)$	$z \in \Omega_x$
Impulso: $\delta[n]$	1	$z \in \mathbb{C}$
Degrau: $u[n]$	$\frac{z}{z-1}$	$ z > 1$
$a^n u[n]$	$\frac{z}{z-a}$	$ z > a $
$-a^n u[-n-1]$	$\frac{z}{z-a}$	$ z < a $
$na^{n-1}u[n]$	$\frac{z}{(z-a)^2}$	$ z > a $
$-na^{n-1}u[-n]$	$\frac{z}{(z-a)^2}$	$ z < a $
$n^2a^nu[n]$	$\frac{az^2 + a^2z}{(z-a)^3}$	$ z > a $
$\binom{n}{m} a^{n-m}u[n]$	$\frac{z}{(z-a)^{m+1}}$	$ z > a $
$\binom{n+m}{m} a^nu[n]$	$\frac{z^{m+1}}{(z-a)^{m+1}}$	$ z > a $
Soma: $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] = X(z) _{z=1}$ se $z = 1 \in \Omega_x$		
Teorema do Valor inicial: $x[0] = \lim_{ z \rightarrow \infty} X(z)$, se Ω_x é o exterior de um círculo		
Teorema do Valor final: $x[+\infty] = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \cdot X(z)$, $ z > \rho$, $0 < \rho \leq 1$		

Eq. dif. (Transf. Z): $\mathcal{Z}\{y[n+2]u[n]\} = z^2Y(z) - z^2y[0] - zy[1], \quad \mathcal{Z}\{y[n+1]u[n]\} = zY(z) - zy[0]$

Eq. dif. (Coef. a determinar): $py[n] \triangleq y[n+1]$,
 $D(p)y[n] = 0 \Rightarrow y[n] = \sum_{k=1}^m a_k f_k[n], \quad f_k[n]$ modos próprios (considerando multiplicidades)

λ : raiz de multiplicidade r de $D(\lambda) \Rightarrow \lambda^n, n\lambda^n, \dots, n^{r-1}\lambda^n$ (r modos próprios)

$$D(p)y[n] = N(p)x[n] \quad , \quad \text{se } \bar{D}(p)x[n] = 0 \text{ então } \bar{D}(p)D(p)y[n] = 0$$

$$\text{Solução forçada: } y[n] = y_h[n] + y_f[n] \Rightarrow D(p)y_f[n] = N(p)x[n], \quad D(p)y_h[n] = 0$$

$$y_f[n] = \sum_{k=1}^m b_k g_k[n], \quad g_k[n] \text{ modos forçados (considerando multiplicidades e ressonâncias)}$$

Variáveis de estado: $\dot{v}(t) = f(v(t), x(t), t)$, $y(t) = g(v(t), x(t), t)$

Ponto de equilíbrio: $\bar{v}$ tal que $f(\bar{v}, \bar{x}) = 0$, $\bar{x} = \text{cte}$. Sistema linear (em torno de $\bar{v}$)

$$A = \left[\frac{\partial f_i}{\partial v_j} \right] \Big|_{\bar{v}, \bar{x}}, \quad B = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right] \Big|_{\bar{v}, \bar{x}}, \quad C = \left[\frac{\partial g_i}{\partial v_j} \right] \Big|_{\bar{v}, \bar{x}}, \quad D = \left[\frac{\partial g_i}{\partial x_j} \right] \Big|_{\bar{v}, \bar{x}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Autovalores: } \det(\lambda I - A) = 0 \\ \exists i \mid \text{Re}(\lambda_i) > 0 : \bar{v} \text{ instável} \\ \text{Re}(\lambda_i) < 0, \forall i : \bar{v} \text{ assint. estável} \\ \exists i \mid \text{Re}(\lambda_i) = 0 : \bar{v} \text{ inconclusivo} \end{array} \right.$$

$$p = \frac{d}{dt}, \quad \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{\bar{\beta}_2 p^2 + \bar{\beta}_1 p + \bar{\beta}_0}{p^3 + \alpha_2 p^2 + \alpha_1 p + \alpha_0} + \beta_3 = c(pI - A)^{-1}b + d = b'(pI - A')^{-1}c' + d$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & -\alpha_2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad A' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\alpha_0 \\ 1 & 0 & -\alpha_1 \\ 0 & 1 & -\alpha_2 \end{bmatrix}, \quad c' = \begin{bmatrix} \bar{\beta}_0 \\ \bar{\beta}_1 \\ \bar{\beta}_2 \end{bmatrix},$$

$$c = [\bar{\beta}_0 \quad \bar{\beta}_1 \quad \bar{\beta}_2], \quad d = [\beta_3] \quad b' = [0 \quad 0 \quad 1], \quad d = [\beta_3]$$

$$\dot{v} = Av + bx, \quad y = cv + dx, \quad \frac{N(p)}{D(p)} = c(pI - A)^{-1}b + d = b'(pI - A')^{-1}c' + d$$

$$v = T\hat{v} \Rightarrow \hat{A} = T^{-1}AT, \quad \hat{b} = T^{-1}b, \quad \hat{c} = cT, \quad T \text{ não singular}$$