Nome: .... **RA:** ....

Obs.: Resolva as questões nas folhas de papel almaço e copie o resultado no espaço apropriado.

1ª Questão: a) Calcule a transformada de Fourier $\mathcal{F}\{y(t)\}$ tal que $y(t) = \dfrac{d^2}{dt^2}x(t) + 4x(t)$ com $x(t) = -\dfrac{2}{\pi}\text{Sa}(2t)$. (1,0 ponto)

1	
2	
3	
4	
5	
6	

b)Determine o valor da integral $I = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)\text{Sa}(t)dt$ com $y(t)$ dado em (a). (1,0 ponto)

2ª Questão: Determine a transformada de Fourier de

a) $x(t) = -2G_2(t+1) + (t-2)G_2(t-1)$. (1,0 ponto)

b) $x(t) = \dfrac{t^2}{2\pi}\text{Sa}^2\left(\dfrac{t}{2}\right)$. (1,0 ponto)

3ª Questão: a) Determine o valor máximo do intervalo $T < T_{max}$ entre amostras para que o sinal $x(t)$ seja recuperado sem erro a partir do sinal amostrado $x(kT)$, sabendo que $x(t) = \cos(2t)\mathrm{sen}(5t)\mathrm{Sa}(t)$. (0,5 ponto)

b) Considere $x(t)$ um sinal cuja máxima frequência é $\pi/40$ rad/s. Determine a expressão da transformada de Fourier do filtro que recupera o sinal $x(t)$ sem distorção a partir de (0,5 ponto)

$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k2)p(t-k2), \quad p(t) = \mathrm{Sa}^2(t-1).$$

4ª Questão: Sabendo que a transformada de Laplace de $x(t)$ é dada por

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = X(s) = \frac{3-9s}{s^2-4s-5}, \ -1 < \mathrm{Re}(s) < 5,$$

determine: (2,0 pontos)

a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)dt$ b) $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} tx(t)dt$ c)$x(t)$

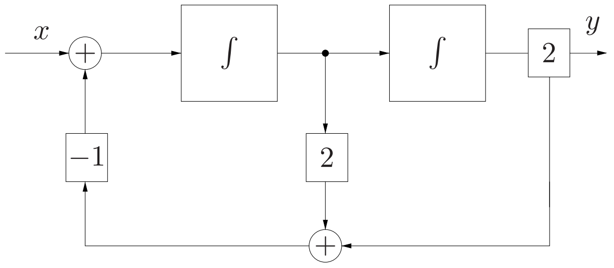
5ª Questão: Determine a transformada de Laplace com o domínio de existência Ω_x para (1,0 ponto)

$$x(t) = \big(t\ \mathrm{sen}(-2t) + t^2 \exp(3t)\big)u(-t)$$

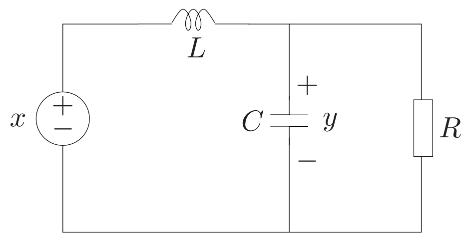
6ª Questão: a) Calcule a frequência de corte ω_c de um filtro de Butterworth de segunda ordem, isto é, que satisfaça a função de transferência

$$H(s) = \frac{1}{D(\lambda)} \quad , \quad D(\lambda) = \lambda^2 + \sqrt{2}\lambda + 1 \quad , \quad \lambda = \frac{s}{\omega_c} \quad ,$$

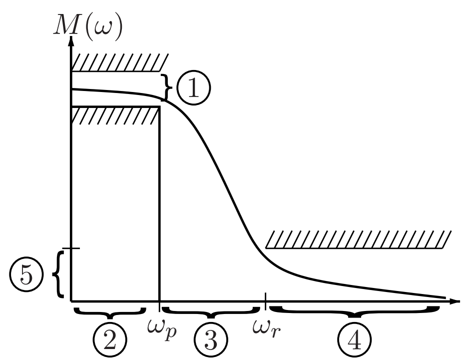
e possa ser implementado pelo seguinte diagrama de blocos: (0,5 ponto)



b) Determine os valores de L e C em função de $R = 1\Omega$ e ω_c dado pela resposta da letra (a) em rad/s para que circuito da figura abaixo seja um filtro de Butterworth de segunda ordem. (1,0 ponto)



c) Com respeito ao módulo da resposta em frequência de um filtro Butterworth, enumere a lista abaixo de acordo com o gráfico: (0,5 ponto)



( ) Faixa de rejeição

( ) *Ripple* (Variação máxima na faixa de passagem)

( ) Atenuação mínima na faixa de rejeição

( ) Faixa de passagem

( ) Faixa de transição

$G_T(t) = u(t+\frac{T}{2})-u(t-\frac{T}{2}),\ \text{Tri}_2(t) = (t+1)G_1(t+\frac{1}{2})+(1-t)G_1(t-\frac{1}{2}),\ x(t)*y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\beta)y(t-\beta)d\beta$

Transformada de Fourier:

$$X(\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\exp(-j\omega t)dt, \quad x(t) = \mathcal{F}^{-1}\{X(\omega)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega)\exp(j\omega t)d\omega$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\, x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} |\, X(\omega)|^2 d\omega \ , \qquad \mathcal{F}\{x(t)\} = X(\omega) \ \Leftrightarrow \ \mathcal{F}\{X(t)\} = 2\pi x(-\omega)$$

$$\mathcal{F}\{G_T(t)\} = T\text{Sa}(\omega T/2), \quad \text{Sa}(x) = \frac{\text{sen}(x)}{x}, \quad \mathcal{F}\{\text{Sa}(\omega_0 t/2)\} = \frac{2\pi}{\omega_0}G_{\omega_0}(\omega),$$

$$\mathcal{F}\{\text{Sa}^2(\omega_0 t/2)\} = \frac{2\pi}{\omega_0}\text{Tri}_{2\omega_0}(\omega),\ \mathcal{F}\{\text{Tri}_{2T}(t)\} = T\text{Sa}^2(\omega T/2),\ \text{Tri}_{2T}(t) = \frac{1}{T}G_T(t)*G_T(t)$$

$$\mathcal{F}\{\delta(t)\} = 1,\ \mathcal{F}\{1\} = 2\pi\delta(\omega),\ \mathcal{F}\{u(t)\} = \pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega},\ \mathcal{F}\Big\{\mathcal{I}_x(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\beta)d\beta\Big\} = X(\omega)\Big(\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}\Big)$$

$$\mathcal{F}\{\exp(-a|t|)\} = \frac{2a}{a^2+\omega^2},\ a>0,\ \mathcal{F}\{\text{sinal}(t)\} = \frac{2}{j\omega},\ \mathcal{F}\{x(t-\tau)\} = X(\omega)\exp(-j\omega\tau),\ \mathcal{F}\{x(-t)\} = X(-\omega)$$

$$\mathcal{F}\{\delta(t-\tau)\} = \exp(-j\omega\tau),\ \mathcal{F}\{x(t)\exp(j\omega_0 t)\} = X(\omega-\omega_0),\ \mathcal{F}\big\{x(t)*y(t)\big\} = X(\omega)Y(\omega)$$

$$\mathcal{F}\{\cos(\omega_0 t)\} = \pi\delta(\omega-\omega_0)+\pi\delta(\omega+\omega_0), \quad \mathcal{F}\{\text{sen}(\omega_0 t)\} = \frac{\pi}{j}\delta(\omega-\omega_0)-\frac{\pi}{j}\delta(\omega+\omega_0)$$

$$\mathcal{F}\{\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-kT)\} = \omega_0\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-k\omega_0), \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T}, \quad \mathcal{F}\Big\{\frac{d}{dt}x(t)\Big\} = (j\omega)X(\omega)\ ,$$

$$\mathcal{F}\{x(t)y(t)\} = \frac{1}{2\pi}X(\omega)*Y(\omega) \quad , \quad \mathcal{F}\{t^m x(t)\} = j^m\frac{d^m}{d\omega^m}X(\omega)$$

Amostragem:

$$\mathcal{F}\{x(t)\} = X(\omega),\ X(\omega) = 0 \text{ para } |\omega| > 2\pi B \text{ e } 0 < T < \frac{1}{2B}, \quad x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT)p(t-kT),\ H(j\omega) = \frac{TG_{\omega_0}}{P(\omega)}$$

Transformada de Laplace:

$$H(s) = \mathcal{L}\{h(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)\exp(-st)dt \ , \ s\in\Omega_h \ , \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)dt = X(s)\Big|_{s=0,\ 0\in\Omega_x}$$

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1,\ s\in\mathbb{C} \ , \ \mathcal{L}\{x(t) = x_1(t)*x_2(t)\} = \mathcal{L}\{x_1(t)\}\mathcal{L}\{x_2(t)\} \ , \ \Omega_x = \Omega_{x_1}\cap\Omega_{x_2}$$

$$\mathcal{L}\{y(t) = x(t-\tau)\} = X(s)\exp(-s\tau) \ , \ \Omega_y = \Omega_x \ , \ \mathcal{L}\{\exp(-at)u(t)\} = \frac{1}{s+a} \ , \ \text{Re}(s+a) > 0$$

$$\mathcal{L}\{\exp(-\alpha t)\cos(\beta t)u(t)\} = \frac{(s+\alpha)}{(s+\alpha)^2+\beta^2}\ ,\mathcal{L}\{\exp(-\alpha t)\text{sen}(\beta t)u(t)\} = \frac{\beta}{(s+\alpha)^2+\beta^2}\ ,\ \text{Re}(s+\alpha) > 0$$

$$\mathcal{L}\{\exp(-at)x(t)\} = X(s+a),\ (s+a)\in\Omega_x; \quad \mathcal{L}\Big\{\frac{t^m}{m!}\exp(-at)u(t)\Big\} = \frac{1}{(s+a)^{m+1}},\ \text{Re}(s+a) > 0, m\in\mathbb{N}$$

$$\mathcal{L}\Big\{y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\beta)u(\beta)d\beta\Big\} = \frac{1}{s}\mathcal{L}\{x(t)\} \ , \ \Omega_y \supset \Omega_x\cap\{s\in\mathbb{C}:\text{Re}(s) > 0\}$$

$$\mathcal{L}\Big\{\frac{t^m}{m!}u(t)\Big\} = \frac{1}{s^{m+1}}\ , \ \text{Re}(s) > 0\ , \ m\in\mathbb{N} \ , \ \mathcal{L}\{x(-t)\} = X(-s) \ , \ -s\in\Omega_x$$

$$\mathcal{L}\{y(t) = t^m x(t)\} = (-1)^m\frac{d^m X(s)}{ds^m} \ , \ \Omega_y = \Omega_x\ , \ m\in\mathbb{N} \ , \ \mathcal{L}\{\dot{x}(t)\} = sX(s) \ , \ \Omega_{\dot{x}} \supset \Omega_x$$