Nome: .... **RA:** ....

Obs.: Resolva as questões nas folhas de papel almaço e copie o resultado no espaço apropriado.

1ª Questão: a) Esboce $f(t) = G_4(t) - 2G_2(t) - 0.5G_1(t - 1.5) + 0.5G_1(t - 2.5)$. (0,5 ponto)

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

b)Determine e esboce $y(t) = x(-2t - 2)$ em que $x(t) = f(t) * u(t)$ com $f(t)$ dada em (a). (1,0 ponto).

2ª Questão: Considere o sistema $y(t) = \mathcal{G}\{x(t)\} = \int_{t-1}^{t+4} (t - \beta)x(\beta)d\beta$.

a) Determine a resposta ao impulso $h(t) = \mathcal{G}\{\delta(t)\}$. (0,5 ponto)

b) Classifique o sistema quanto a linearidade, invariância no tempo, BIBO estabilidade e causalidade justificando a resposta. (1,0 ponto)

3ª Questão: a) Determine a função de transferência $H(s)$ do sistema $y(t) = \mathcal{G}\{x(t)\}$ descrito pelas equações (0,5 ponto)

$$\dot{v}_2(t) = v_1(t), \qquad \dot{v}_1(t) = -6v_2(t) + 2x(t), \qquad y(t) = 3v_2(t).$$

b) Determine a saída forçada $y_f(t)$ do sistema para a entrada $x(t) = 4\cos^2(t)$. (0,5 ponto)

4ª Questão: Determine os coeficientes α e β que minimizam o erro quadrático médio $< \epsilon^2(t) >$ da representação da função $x(t) = (t-2)G_4(t)$ na base formada por $f_1(t) = G_4(t)$ e $f_2(t) = -G_2(t-1)$ usando uma aproximação linear do tipo $x(t) = \alpha f_1(t) + \beta f_2(t) + \epsilon(t)$. (1,0 ponto)

5ª Questão: Determine e esboce três sinais ortogonais $g_1(t)$, $g_2(t)$ e $g_3(t)$ que descrevem o mesmo espaço que $a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t) + a_3 f_3(t)$, com a_1, a_2 e a_3 reais, a partir dos sinais linearmente independentes (1,0 ponto)

$$f_1(t) = G_4(t), \quad f_2(t) = G_2(t-1) - G_1(t-2.5) \quad \text{e} \quad f_3(t) = -2G_1(t-2.5).$$

6ª Questão: Considere o sinal periódico

$$x(t) = 2 - j + \exp\left(j\frac{5\pi}{3}t\right) + 6\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) - j4\text{sen}\left(\frac{4\pi}{3}t\right).$$

a) Determine o período fundamental T de $x(t)$. (0,5 ponto)

b) Determine os coeficientes c_k da série exponencial de Fourier de $x(t)$. (1,0 ponto)

c) Determine a potência média de $x(t)$. (0,5 ponto)

7ª Questão: a) Determine os coeficientes c_k da série exponencial de Fourier de (1,0 ponto)

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} p(t-4k), \quad p(t) = (t+2)G_1(t+0.5) + tG_1(t-0.5).$$

b) Calcule c_0. (0,5 ponto)

c) Determine a potência média de $x(t)$. (0,5 ponto)

Consulta

$$G_T(t) = u(t+T/2) - u(t-T/2), \quad \delta(t) = \frac{d}{dt}u(t) \ , \quad u(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(\beta)d\beta \ , \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0)$$

$$x_1(t) * x_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\beta)x_2(t-\beta)d\beta \ , \quad x(t) * \delta(t) = x(t) \ , \quad x(t) * u(t) = \mathcal{I}_x(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\beta)d\beta$$

$$\mathcal{I}_{x*y}(t) = x(t) * \mathcal{I}_y(t) = \mathcal{I}_x(t) * y(t) = u(t) * x(t) * y(t) \ , \quad \frac{d}{dt}\big(x(t) * y(t)\big) = \dot{x}(t) * y(t) = x(t) * \dot{y}(t)$$

$$\mathcal{L}\{\exp(-at)u(t)\} = \frac{1}{s+a}, \ \mathrm{Re}(s+a) > 0, \quad \mathcal{L}\{y(t) = x(t-\tau)\} = X(s)\exp(-s\tau), \ \Omega_y = \Omega_x$$

Sinais ortogonais: $\big\langle x(t)y^*(t) \big\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y^*(t)dt = 0$, Projeção ortogonal: $\big\langle \epsilon(t)g_k^*(t) \big\rangle = 0$, $\forall k$

Minimização de $< \epsilon^2(t) >$:

$$y(t) \approx \sum_{k=1}^{n} \alpha_k f_k(t) = \alpha' f(t), \quad \alpha' = R^{-1} < f(t)y(t) >, \quad R = [r_{k,\ell}], \quad r_{k,\ell} =< f_k(t)f_\ell(t) >$$

Gram-Schmidt: $g_1(t) = f_1(t)$; $g_k(t) = f_k(t) - \sum_{\ell=1}^{k-1} \frac{\big\langle f_k(t)g_\ell(t) \big\rangle}{\big\langle g_\ell^2(t) \big\rangle} g_\ell(t)$, $k = 2, \ldots, n$

Série de Fourier

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k \exp(jk\omega_0 t) \ \Leftrightarrow \ c_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)\exp(-jk\omega_0 t)dt \ , \quad \frac{1}{T}\int_T |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |c_k|^2 \ \text{(potência média)}$$

$$\mathcal{F}_S\{x(t)\}_T = \{c_k\}_{\omega_0} \quad \Rightarrow \quad c_0 = \frac{1}{T}\int_T x(t)dt \ \ \text{(valor médio)} \ \ , \ \ x(0) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k$$

$$\mathcal{F}_S\Big\{\frac{d}{dt}x(t)\Big\}_T = \{jk\omega_0 c_k\}_{\omega_0} \ , \quad \mathcal{F}_S\Big\{\int_{-\infty}^{t} x(\beta)d\beta\Big\}_T = \Big\{\frac{1}{jk\omega_0}c_k\Big\}_{\omega_0} (x(t) \text{ com valor médio } 0)$$

$$x(t) \text{ real:} \qquad x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty}\big(a_k\cos(k\omega_0 t) + b_k \mathrm{sen}(k\omega_0 t)\big)$$

$$a_0 = c_0 = \frac{1}{T}\int_T x(t)dt \ , \ a_k = (c_k + c_{-k}) = \frac{2}{T}\int_T x(t)\cos(k\omega_0 t)dt \ , \ b_k = j(c_k - c_{-k}) = \frac{2}{T}\int_T x(t)\mathrm{sen}(k\omega_0 t)dt$$